

# ASPECTOS DE LÓGICA E TEORIA DA CIÊNCIA

JAIR MINORO ABE

**ie]**  Instituto de  
Estudos  
Avançados da  
Universidade de  
São Paulo

2011

# ASPECTOS DE LÓGICA E TEORIA DA CIÊNCIA

JAIR MINORO ABE



INSTITUTO DE ESTUDOS AVANÇADOS DA USP  
2011

©reprodução autorizada pelo autor

Abe, Jair Minoro

Aspectos de Lógica e Teoria da Ciência / Jair Minoro Abe. -- São Paulo, 2011.

Instituto de Estudos Avançados da Universidade de São Paulo, 2011.

ISBN: 978-85-63007-02-5

Descritores: 1. Lógica paraconsistente 2. Teoria da Ciência 3. Amostragem  
4. Automação 5. Redes neurais (Computação) 6. Indução 7. Robótica

## **Prefácio**

Nesta obra são reunidos alguns dos temas que o Grupo de Lógica e Teoria da Ciência tem se ocupado nos seus 25 anos de atividades, como parte das comemorações dos 25 anos de existência do Instituto de Estudos Avançados da Universidade de São Paulo – IEA-USP. Como se pode notar, o Grupo de Lógica e Teoria da Ciência foi criado juntamente com o estabelecimento do IEA-USP, e os temas que se dedicou foram plenamente frutificados em suas linhas de pesquisa, período marcante no estabelecimento do Grupo.

A obra está organizada assim: no capítulo introdutório descrevemos brevemente um pequeno histórico do Grupo de Lógica e Teoria da Ciência, seu estabelecimento, linhas de pesquisa, pesquisadores visitantes e aspectos relacionados.

Na seqüência, descreve-se alguns aspectos da natureza da Lógica Paraconsistente, o que significa contradição e quais são seus limites conceituais, a inspiração de Vasil'év, a lógica discursiva de Jaskowski, os cálculos  $C_n$  de Newton da Costa, considerações a respeito da importância da lógica paraconsistente e, considerações de caráter pessoal, devidas a Lafayette de Moraes.

Nas aplicações da Lógica Paraconsistente, na área de Inteligência Artificial, são apresentados conceitos sobre a Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E_t$  e seu reticulado associado, algumas aplicações do algoritmo Para-Analisador e, tratamentos de incertezas para tomada de decisão.

Nas aplicações da Lógica Paraconsistente em Engenharia de Produção, além de noções da Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E_t$ , apresenta-se os operadores dessa lógica, as regiões e regra de decisão, o Método Paraconsistente de Decisão (MPD) e exemplos de aplicação como análise da viabilidade do lançamento de um novo produto no mercado,

tomadas de decisão com ferramentas de Lógica Paraconsistente Anotada, análise da viabilidade de implantação do projeto de uma fábrica, análise para implantação de um sistema com novas tecnologias, previsão de diagnósticos, análise da viabilidade de abertura de um novo curso superior e seleção do melhor investimento financeiro. Faz-se, também, uma comparação com um Método Estatístico de Decisão e, uma comparação com um Método Fuzzy de Decisão.

Nas aplicações da Lógica Paraconsistente em Robôs Móveis Autônomos, apresentam-se os robôs Emmy I, Emmy II e Emmy III, uma descrição geral de um Sistema de Navegação e Controle composto pelos subsistemas Mecânico, Sensoriamento e Planejamento e, alguns testes realizados com o Subsistema de Planejamento.

Nas aplicações da Lógica Paraconsistente em estatística, contamos com um estudo dos princípios da lógica paraconsistente para calcular o tamanho da amostra embasados nas teorias da Combinatória e da Lógica Paraconsistente Anotada. Apresenta-se um procedimento de cálculo ‘simples’ e prático para obter um tamanho de amostra aceitável para coletar informações, organizá-las e analisá-las, bem como suas vantagens e desvantagens.

Nas aplicações das Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes em reconhecimento de padrões, apresenta-se uma breve idéia da rede neural artificial discutida e aplica-se a um estudo preliminar de um sistema paraconsistente para o reconhecimento de caracteres numéricos do tipo CMC-7 e, um estudo de uma ferramenta para análise de sinais de eletroencefalograma como auxílio no diagnóstico de demências, tal como doenças de Alzheimer.

Finalizando essa obra o leitor contará com uma revisão sobre o construtivismo cognitivo, o paradoxo da probabilidade Zero, conclusões acerca da verificação construtiva e a verdade na linguagem matemática.

Agradecemos ao Instituto de Estudos Avançados pela edição do presente volume e à B.<sup>ela</sup> Sheila Souza pela ajuda na editoração do mesmo.

Jair Minoro Abe

Editor

Coordenador do Grupo de Lógica e Teoria da Ciência do IEA-USP

**Sumário**

Vinte e cinco Anos de Pesquisas do Grupo de Lógica e Teoria da Ciência no IEA-USP, Newton C. A. da Costa & Jair Minoro Abe .....	07
Alguns Aspectos da História da Lógica Paraconsistente, Lafayette de Moraes & Carlos Roberto Teixeira Alves.....	18
Pesquisas e Métodos de Aplicações da Lógica Paraconsistente Anotada em Sistemas de Inteligência Artificial, João Inácio da Silva Filho .....	50
Aplicações da Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial $\text{Et}$ em Robôs Móveis Autônomos, Cláudio Rodrigo Torres .....	84
Lógica Paraconsistente em Tomadas de Decisão. Método Paraconsistente de Decisão (MPD), Fábio Romeu de Carvalho .....	140
Os Princípios da Lógica Paraconsistente para Calcular o Tamanho da Amostra, Euro de Barros Couto Junior .....	188
Aspectos das Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes, Sheila Souza & Jair Minoro Abe .....	209
Aplicação de Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes como Método de Auxílio à Análise de Sinais de Eletroencefalograma, Helder Frederico da Silva Lopes & Jair Minoro Abe .....	247
Verificação Construtiva, Indução Empírica e Dedução Falibilista: Um Triplo Contraste, Julio Michael Stern .....	273

**Vinte e cinco Anos de Pesquisas do Grupo de Lógica e Teoria da Ciência no IEA-USP**

Newton C. A. da Costa

Jair Minoro Abe

**Resumo**

Neste capítulo apresentamos uma breve descrição das atividades do Grupo de Lógica e Teoria da Ciência do IEA-USP, destacando algumas das principais realizações durante os 25 anos de sua existência.

**Palavras-chave:** Pesquisa, lógica, ciência, lógica paraconsistente, fundamentos da física

**Abstract**

In this chapter we present a brief description of the activities of the Logic and Science Theory Group of IEA-USP, emphasizing some of the main accomplishments through 25 years of its existence.

**Keywords:** Research, Logic, Science, paraconsistent logic, foundations of Physics.

Iniciado informalmente em 1985, quando um grupo de lógicos passou a se reunir para discussões e a realização de seminários, o Grupo de Lógica e Teoria da Ciência iniciou suas atividades efetivamente ao ser incorporado ao Instituto de Estudos Avançados da Universidade de São Paulo, sob a coordenação geral do Prof. Dr. Newton C. A. da Costa, na época Professor titular da Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas da USP.

O Grupo de Lógica e Teoria da Ciência tem contado, em suas atividades, com a inestimável ajuda da própria USP, de instituições como CNPq, FAPESP, BID, UNICAMP, PUC/SP, UFPr, UFRJ, UFPb, UNESP, da Sociedade Brasileira de Lógica e da Sociedade Paranaense de Matemática, entre outras entidades tanto nacionais como estrangeiras.

Quatro grandes linhas de pesquisa foram desenvolvidas pelo Grupo desde a sua criação:

### **I. Lógicas Não-clássicas**

Até princípios do século XX, havia uma única lógica. No decurso dos últimos cem anos, foram criadas outras lógicas e a lógica inicialmente considerada, cujas origens remontam a Aristóteles, mas cujo sistematizador mais importante foi G. Frege (nos três derradeiros decênios do século XIX), foi chamada de clássica ou tradicional; pode-se dizer que a lógica clássica adquiriu sua forma quase definitiva na obra monumental de A. N. Whitehead & Bertrand Russell, os "Principia Mathematica" (três volumes, publicados em 1910, 1912 e 1913).

Dentre as leis que vigem na lógica clássica, há três célebres e que se denominam: lei da identidade ("todo objeto é idêntico a si mesmo"), lei da contradição ou da não contradição ("dentre duas proposições contraditórias, isto é, uma das quais é a negação da outra, uma

delas é falsa") e a lei do terceiro excluído ("de duas proposições contraditórias, uma delas é verdadeira").

As lógicas não-clássicas classificam-se em duas categorias: as complementares da lógica clássica (ou tradicional) e as rivais da mesma ou heterodoxas. Estas últimas derrogam ou limitam princípios centrais da lógica tradicional, especialmente os três princípios acima referidos: as lógicas paraconsistentes derrogam em geral a lei da contradição, as paracompletas o princípio do terceiro excluído e as não reflexivas, o da identidade. É claro que a sintaxe e a semântica dessas novas lógicas divergem muito das tradicionais. Sobretudo no caso das lógicas heterodoxas, com elas houve uma profunda mudança de paradigma, até certo ponto comparável com o advento das geometrias não euclidianas.

Hoje as lógicas não-clássicas adquiriram enorme importância, não apenas do ponto de vista teórico, mas também por suas conexões com a filosofia, a matemática, as ciências naturais e, principalmente, por suas aplicações na Informática, Computação e Inteligência Artificial.

Boa parte das atividades do Grupo se concentram no estudo e na investigação dos sistemas lógicos não-clássicos e suas aplicações mais relevantes.

Dentro dessa linha, foram desenvolvidos com especial ênfase os seguintes projetos

## **II. Lógicas Não-clássicas e Aplicações**

II.1 - Lógica paraconsistente, programação paraconsistente e aplicações em inteligência artificial. - são tratadas questões como a axiomatização da lógica  $P\tau$  de Blair e Subrahmanian (apta, entre outras coisas, para programação lógica paraconsistente); formulação da teoria anotada de conjuntos (e suas interconexões com a teoria dos "fuzzy sets");

algebrização de sistemas lógicos via idéias de Rosenbloom.

II.2 - Lógica deôntica e informática jurídica. Trata-se da axiomática de certas teorias jurídicas, como a teoria tridimensional do Prof. Dr. Miguel Reale, a elaboração de lógicas deônticas pluridimensionais, e a formalização de certas relações entre Direito, Ética e Valor.

II.3 - Teorias da verdade não-Tarskianas. - Estudo da teoria pragmática da verdade, com aplicações em álgebra, lógica e filosofia. Investiga-se a teoria da valoração, para obtenção de semânticas alternativas das semânticas usuais e desenvolvimento de lógicas não-reflexivas (que derrogam a "lei da identidade").

II.4 - Mereologia e Biologia Comparada. - Desenvolve-se uma nova mereologia (lógica das partes e do todo em geral), para axiomatizar e desenvolver as teorias da Sistemática Filogenética (proposta por Willi Hennig) e da Vicariância (devida a Leon Croizat, D. E. Rosen e G. Nelson). Foram elaboradas linguagens adequadas para esse tratamento das teorias biológicas e algumas das definições básicas. Resultarão desse estudo vários avanços no campo da Biologia Comparada, principalmente no tocante ao conceito de espécie, das categorias lineanas e da nomenclatura biológica.

### **III. Fundamentos da Física**

Um dos problemas fundamentais referentes à Teoria da Ciência refere-se à axiomatização de teorias físicas. Os fundamentos da Física são tratados de um ponto de vista axiomático e novas axiomatizações de teorias como a mecânica clássica, a mecânica quântica não-relativista, a teoria de Dirac, a teoria do gauge de Kaluza-Klein e a do eletromagnetismo

clássico foram obtidas. Não somente foram axiomatizadas as principais estruturas físicas de um ponto de vista da teoria de conjuntos clássica, como também do ponto de vista das teorias de conjuntos não-cantorianas, originadas a partir das investigações de K. Gödel (1906-1978) e P. J. Cohen (1934-). Foram obtidos, além disso, vários enunciados de natureza física que se prova serem indecidíveis nas teorias físico-matemáticas.

#### **IV. Filosofia da Ciência em Geral**

Estudou-se a natureza das teorias científicas, no tocante ao conceito de verdade por elas empregado. Procurou-se reestruturar as principais teorias físicas, com base numa concepção pragmática de verdade. Tentou-se, igualmente, utilizar, no mesmo contexto, a teoria da coerência de verdade. Outro tópico de grande interesse para o Grupo consiste no estudo dos fundamentos da probabilidade e na elaboração de uma lógica indutiva de natureza subjetivista, lógica essa que pode ser aplicada à Inteligência Artificial, na computação e na inferência estatística.

#### **V. História da Ciência**

Foi publicado o segundo volume da "Introdução histórica à Biologia Comparada, com especial referência à Biogeografia", de N. Papavero, e está sendo completado o terceiro volume dessa série.

Das atividades de pesquisa desenvolvidas resultaram numerosos trabalhos, entre livros e artigos.

Pertenceram ao Grupo de Lógica e Filosofia da Ciência do IEA/USP os seguintes pesquisadores Newton C. A. da Costa, Jair Minoro Abe, Leila Z. Puga, Mineko Yamashita, Celina A. P. Abar (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo); Francisco Antonio Dória (Universidade Federal do Rio de Janeiro); Décio Krause (Universidade Federal do Paraná); Nelson Papavero (Museu de Zoologia da USP); Caetano Plastino, José Chiappin e Pablo Mariconda (Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas/USP); Jacob Zimbarb Sobrinho (Instituto de Matemática e Estatística da USP). Atualmente o grupo é constituído dos professores Newton C. A. da Costa, Jair Minoro Abe (coordenador), Lafayette de Moraes e João Inácio da Silva Filho.

Os temas se propagaram, com a formação de novas gerações de pesquisadores, alguns deles detalhando aspectos de suas pesquisas neste tomo.

Alguns dos pesquisadores visitantes que estiveram junto ao Grupo de Lógica e Teoria da Ciência foram:

1 Prof. Dr. Atsuyuki Suzuki

Faculty of Engineering - Shizuoka University – Japão

Período: 11/87 a 01/88

2 Prof. Dr. Francisco A. Dória

Universidade Federal do Rio de Janeiro - RJ

Período: 1º e 2º semestres de 1989

3 Prof. Dr. Igor Urbas

Australian National University - Austrália

Período: 06 e 07/88

4 Prof. Dr. Nelson Papavero

Museu de Zoologia da USP

Data: 15/09/88

5 Prof. Dr. Daniele Mundici

University of Milan - Itália

Data: 03/10/88

6 Prof. Dr. Francisco A. Dória

Universidade Federal do Rio de Janeiro - RJ

Período: 1º e 2º semestre de 1989

7 Prof. Dr. Nelson Papavero

Museu de Zoologia da USP

Período: 2º semestre de 1989 em diante

8 Prof. Dr. Donald M. Silberger

State University of New York - New Palty, USA

Período: janeiro de 1990

9 Prof. Dr. Rolando Chuaqui

Pontificia Universidad Catolica de Chile - Chile

Período: março de 1990

10 Prof. Dr. Jacques Stern

Universidade de Paris

Período: março de 1990

11 Prof. Dr. Jean - Claude Gardin

École des Hautes Études en Sciences Sociales

Período: outubro de 1990

12 Prof. Dr. Grzegorz Malinowski

Lódz University - Department of Logic - Polônia

Período: março de 1990

13 Prof. Dr. Rolando Chuaqui

Pontificia Universidad Catolica de Chile - Chile

Período: outubro de 1990

15 Prof. Dr. Richard Sylvan

The Australian National University, Australia

Período: novembro e dezembro de 1990

16 Prof. Dr. Jorge de Albuquerque Vieira

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Período: 1990

17 Prof. Dr. Joseph Nicolas Kaufmann

Université du Quebec - Trois Riviere - Canadá

Período: junho de 1990

18 Prof. Dr. Chain Samuel Hönig

Instituto de Matemática e Estatística da USP

Período: dezembro de 1990

19 Prof. Dr. José Massera

Universidade Nacional do Uruguai

Período: junho de 1990

20 Prof. Dr. Michel Paty

Diretor de Pesquisa do CNRS - França

Período: novembro de 1991

21 Prof. Dr. David Miller

University of Warwick - Inglaterra

Período: outubro a dezembro de 1991

22 Prof. Dr. Daniel Cefai

École des Hantes Études - Universidade de Paris - França

Período: 10/08 a 27/12/91

23 Prof. Dr. Francisco Antonio Dória

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Período: novembro de 1991

24 Prof. Dr. Antonio M. A. Sette

Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP

Período: 1990

25 Prof. Dr. Kiyoshi Iséki

Professor Emérito - Kobe University - Japão

Professor Emérito - Naruto University of Education - Japão

Período: 08/12/92 a 07/03/93

26 Prof. Dr. Nelson Papavero

Museu de Zoologia - Universidade de São Paulo

Período: 1990 a 1996

27 Prof. Dr. Richard Sylvan

Australian National University - Austrália

Período: 1995

28 Prof. Dr. Graham Priest

Australian National University - Austrália

Período: 1995

29 Prof. Dr. David Miller

Warwick University - Inglaterra

Período: 1996

30 Prof. Dr. Francisco Antonio Dória

Universidade Federal do Rio de Janeiro 2001-2003

31 Profa. Dra. Mara Marly Gomes Barreto

Universidade Federal do Rio de Janeiro 2001-2005

Outros professores estrangeiros que participam das atividades do Grupo mencionemos os Profs. Drs. Steven French (Southern Missouri State University), Mario G. Losano (Universidade de Milão), Klaus Müdersbach (Universidade de Heidelberg), Francisco Miró Quesada (Universidade Mayor de San Marcos, Lima, Peru), Roberto Vernengo (Universidade Nacional de Buenos Aires).

(Parte das investigações do Grupo foram publicadas na forma de pré-publicação do Instituto de Estudos Avançados, na Coleção Documentos, Série Lógica e Teoria da Ciência.)

As pesquisas prosseguem incluindo temas principalmente de aplicações dos sistemas anotados em Automação e Robótica, em Biomedicina, em Engenharia de Produção, Sistemas de Informação e Informática em geral. Também constitui tema de pesquisa Fundamentos da Física e axiomatização, Matemática dos sistemas paraconsistentes, relação dos sistemas paraconsistentes com outros sistemas lógicos e temas adjacentes.

## **Alguns Aspectos da História da Lógica Paraconsistente**

Lafayette de Moraes, PUC-SP

Carlos Roberto Teixeira Alves, PUC-SP

### **Resumo**

É possível entender racionalmente um mundo que soa contra-intuitivo? Aparentemente, é impossível sair de uma contradição lógica, porém no século XX o trabalho de pensadores como Łukasiewicz, Vasil'ev, Jaskowski e Da Costa mostraram que há modelos não-clássicos de lógica onde uma paraconsistência pode ser estabelecida e a inconsistência dos sistemas clássicos viria então a ser superada. Os rumos da lógica no Brasil levaram o esforço pessoal de muitos pensadores brasileiros, como Da Costa e Lafayette de Moraes a enfrentar as dificuldades de trabalharem com uma matéria pouco valorizada em solo brasileiro, resultando na divulgação das novidades nesse campo fora do Brasil e no estabelecimento de sistemas lógicos inéditos que tornariam respeitada a lógica brasileira fora de nosso país.

**Palavras-chave:** Inconsistência, Paraconsistência, Princípio de Não-Contradição, Łukasiewicz, Vasil'ev, Jaskowski, Sistema D2, Newton C. Da Costa, Famílias  $C_n$

## **Abstract**

Can we understand a rational world that seems counter-intuitive? Apparently, it is impossible to eliminate a logical contradiction, but in the twentieth century the work of thinkers like Łukasiewicz, Vasil'ev, Jaskowski and Da Costa showed that there are models of non-classical logic where a paraconsistency can be established and the inconsistency of the classical systems would then be overcome. The paths of logic in Brazil made the personal effort of many thinkers Brazilians, as Da Costa and Lafayette de Moraes overcome the difficulties of working with an undervalued field on Brazilian soil, resulting in the dissemination of innovations in this field outside of Brazil and the establishment of unpublished logical systems that would make Brazilian logic be respected out of our country.

**Keywords:** Inconsistency, Paraconsistency, Principle of Non-Contradiction, Łukasiewicz, Vasil'ev, Jaskowski,  $D_2$  System, Newton C. Da Costa,  $C_n$  Family.

E se nosso mundo, contra-intuitivamente, fosse como uma pintura de Escher<sup>1</sup>? E se ao terminarmos de subir uma escada descobríssemos tê-la descido? É possível entender racionalmente um mundo assim?

*Razão* intuitivamente quer dizer *lógica*. Exige pouco de nossa imaginação e é cômodo viver em um mundo cujo ponto de vista básico é que é impossível fazer algo e seu oposto

---

<sup>1</sup> Maurits Cornelis Escher (1898-1972), artista gráfico holandês, famoso por suas imagens onde o *nonsense* surge com muita ênfase e a ilusão de ótica é um recurso usado exaustivamente.

ao mesmo tempo. Qualquer pessoa dirá que não há como ser de outro jeito, que não há explicação racional – não há *lógica* – para um mundo contraditório. É assim?

Vamos supor que exista um mundo contraditório, ao estilo da pintura de Escher. Tomemos o mundo de Lewis Carroll<sup>2</sup> emprestado: nele habitam o Gato de Cheshire e a Lebre de Março, ambos de *Alice no País das Maravilhas*, ambos distintos um do outro. É contraintuitivo confundir o Gato de Cheshire com a Lebre de Março. Mas o Gato de Cheshire tem uma propriedade interessante: ele desaparece no ar até só sobrar o sorriso, que some por último. Enquanto desaparece, porém, permanece sendo quem é. Isto é, o Gato de Cheshire continua sendo ele enquanto deixa de ser o Gato de Cheshire. Por isso podemos descrevê-lo como um ‘Gato de Cheshire e não-Gato de Cheshire’ ao mesmo tempo, no mesmo lugar e do mesmo modo. Ora, se ele é um ‘Gato de Cheshire e não-Gato de Cheshire’, podemos bem considerá-lo só como ‘Gato de Cheshire’, sem prejuízo, pois ele é também isso: um ‘Gato de Cheshire’. Podemos dizer, por exemplo, que ele é ‘ou o Gato de Cheshire ou a Lebre de Março’, mas não ambos. Só pode ser ambos ‘Gato de Cheshire e não-Gato de Cheshire’, mas Lebre de Março não pode ser... Será? Não. Ao menos não nesse mundo de Lewis Carroll onde o gato e a lebre habitam: se o gato é ‘Gato de Cheshire e não-Gato de Cheshire’, então bem pode ser só um ‘não-Gato de Cheshire’. Ora, se não é o Gato de Cheshire, então só pode ser a Lebre de Março, pois sabemos que é ‘ou Gato de Cheshire ou Lebre de Março’. Ou seja: se o gato de *Alice no País das Maravilhas* é ‘Gato de Cheshire e não-Gato de Cheshire’, então o gato é a Lebre de Março.

Parece completamente errado, mas não é. Isso é um argumento devido a Pseudo-Scotus, já desde a Idade Média, e que muita dor de cabeça deu aos pensadores da lógica até o advento

---

<sup>2</sup> Lewis Carroll (1832-1898) é o autor de *Aventuras de Alice no País das Maravilhas*, de *Através do Espelho e o que Alice viu por lá*, entre outros, romances com elevado grau de *nonsense*. É o pseudônimo de Charles Lutwidge Dodgson, professor de matemática do Christ College de Oxford.

do século XX. Esse raciocínio é perfeitamente coerente com as regras usuais do Cálculo Proposicional. Se tomarmos desse cálculo as regras de inferência *simplificação*, *adição* e *silogismo disjuntivo*, além dos símbolos lógicos ‘ $\wedge$ ’ (‘e’), ‘ $\neg$ ’ (‘não’), e ‘ $\vee$ ’ (‘ou... ou...’), e em linhas formais se G designar ‘Gato de Cheshire’ e se L designar ‘Lebre de Março’, poderemos argumentar como segue:

1.  $G \wedge \neg G$ ..... premissa.
2. G..... 1, simplificação.
3.  $G \vee L$ ..... 2, adição.
4.  $\neg G$ ..... 1, simplificação
5. L..... 4, 3, silogismo disjuntivo

O que nos faz concluir, em virtude de um famoso teorema de J. Herbrand<sup>3</sup>, o estranhíssimo teorema:

$$(E): (G \wedge \neg G) \rightarrow L$$

Esse teorema nos diz que de uma contradição se conclui qualquer sentença. Se um sistema lógico for então *inconsistente* (que permite a contradição), todas as suas fórmulas são derivadas dessa sentença do tipo da premissa acima. Isso ataca demais nosso modo comum de enxergar o mundo para que possamos aceitá-lo facilmente. É como dizer ‘se podemos subir e descer simultaneamente então nossas escadas *não precisam* ser as de Escher’. Mas nossas escadas não nos permitem subir e descer simultaneamente a cada um de nós mesmos. O que há de errado então? Onde a lógica está sendo violada?

---

<sup>3</sup> HERBRAND, J., 1928.

Não é a lógica que está sendo ferida, como descobriram as mentes dos lógicos do século XX. É uma mudança de paradigma que está ocorrendo: devemos corrigir as coisas descritas ao modo de (E) deixando de considerar de forma rígida e invariável um princípio que herdamos de Aristóteles, o *Princípio de Contradição*, e depois apreciar a lógica conseqüente dessa mudança de paradigma. Esse foi o trabalho de Stanislaw Jaskowski e mais tarde do matemático brasileiro Newton da Costa, a respeito daquilo que ficaria conhecido – graças ao nome criado pelo filósofo peruano Miró Quesada (DA COSTA, N. C., [1993], p.viii) – por *lógica paraconsistente*. Situar algumas das principais cláusulas desse sistema será o nosso trabalho aqui.

## **1. A Natureza Lógica da Paraconsistente**

Precisamos diferenciar trivialidade, não-trivialidade, consistência, inconsistência para conceituarmos a paraconsistência. Esses termos – inclusive a paraconsistência – classificam sistemas lógicos. Um sistema lógico é constituído, além dos símbolos de seu alfabeto, de fórmulas ditas *axiomas* e de *regras de inferência*. Quando usamos as regras de inferência para manipular os axiomas e derivar deles fórmulas ditas *teoremas*, dizemos estar diante de um sistema dedutivo S. A manipulação dos axiomas por meio das regras em S é chamada de lógica de S. Assim, S é trivial quando o conjunto de seus teoremas coincide com o conjunto de fórmulas de sua linguagem (isto é, toda fórmula S é teorema *a*). S é não-trivial quando as inferências a partir dos axiomas não geram fórmulas tais que pelo menos duas fórmulas sejam uma a negação da outra, isto é, se considerarmos ‘ $\neg$ ’ como símbolo de negação podemos deduzir em S pelo menos uma fórmula *t* de modo que *t* e  $\neg t$

sejam teoremas. Assim,  $S$  é inconsistente quando pelo menos uma fórmula  $t$  é tal que  $t$  e  $\neg t$  são ambas teoremas de  $S$ , caso contrário  $S$  é consistente.

A relação que há entre uma teoria e uma lógica é a que segue: uma teoria  $S$  é, grosso modo, uma descrição do mundo (científica, filosófica, intuitiva) que tem uma lógica subjacente que justifica os teoremas obtidos a partir de sentenças da teoria. Se essa lógica subjacente for a Lógica Clássica e a teoria  $S$  tiver teses contraditórias, então essa lógica trivializa essa teoria. (Foi o que aconteceu com nossa teoria do mundo de Lewis Carroll, onde  $(G \wedge \neg G) \rightarrow L$ ). Mas se a lógica subjacente for uma lógica *paraconsistente*, em geral uma lógica não-clássica, então a teoria terá ferramentas de inferência em condições de lidar com as contradições sem trivialização de toda a teoria. Assim, uma *lógica paraconsistente* é uma lógica que permite a não-trivialização de qualquer teoria  $S$  contraditória que a tenha como lógica subjacente.

Perguntemos: tal coisa é possível? Isto é: será possível construir uma lógica que possa ser uma lógica subjacente a uma teoria contraditória? Será possível construir uma lógica que seja *paraconsistente* permitindo fazer inferências não triviais a partir da contradição? A resposta é: *sim, é possível*. Mas para isso será necessário estabelecer ressalvas no entendimento rígido clássico da ideia de contradição.

## **2. O que é uma Contradição e quais são seus Limites Conceituais?**

Contradição é a crença de que não é verdade que se possa predicar e não predicar ao mesmo sujeito a mesma propriedade ao mesmo tempo. Esse é um ponto de vista filosófico e o devemos a Aristóteles (Metafísica, Δ, 1005b19-20). É famoso o artigo de Jan Lukasiewicz intitulado *On the Principle of Contradiction in Aristotle* (1971), onde ele expõe e critica o Princípio de Contradição enunciado por Aristóteles. Nesse artigo Lukasiewicz propõe três versões aristotélicas do princípio de contradição: uma *formulação ontológica* (“é impossível que a mesma coisa pertença e não pertença à mesma coisa ao mesmo tempo e na mesma condição”)<sup>4</sup>; uma *formulação lógica* (“o mais certo de todos os princípios básicos é que proposições contraditórias não são verdadeiras simultaneamente”)<sup>5</sup> e uma *formulação psicológica* (“ninguém crê que a mesma coisa – ao mesmo tempo – possa ser e não ser”)<sup>6</sup>. Em uma extensa crítica histórica, Lukasiewicz faz equivaler a formulação lógica e a ontológica (tornando-os uma única formulação lógico-ontológica) e argumenta que, de modo incompleto, Aristóteles tentou – sem perceber que não conseguiu – provar a formulação psicológica a partir da formulação lógica. Segundo Lukasiewicz, Aristóteles sabe que a formulação psicológica não pode ser provada *a priori* e por isso precisa de uma indução a partir de fatos empíricos, que não existem. Ora, essa dificuldade é grosseiramente, de modo prejudicial à prova, contornada usando de hipóteses auxiliares questionáveis. Lukasiewicz propõe, então, que se abandone a formulação psicológica do Princípio de Contradição.

O ataque de Lukasiewicz a formulação lógico-ontológica de Aristóteles é feito em duas frentes: (a) mostrar que não se trata de um princípio último e (b) mostrar que não é o mais

---

<sup>4</sup> Metafísica, Γ, 3, 1005b19-20, *apud* LUKASIEWICZ, J., 1971, p.487.

<sup>5</sup> Metafísica, Γ, 6, 1011b13-14, *idem*.

<sup>6</sup> Metafísica, Γ, 3, 1005b23-24, *idem*.

importante dos princípios, isto é, que dele não dependem todos os outros (ou ao menos alguns). Para o caso (a) Lukasiewicz defende que a leitura de Aristóteles revela que o Princípio de Contradição não pode valer para todos os seres, apenas para os *seres substanciais*, sendo questionável a validade do princípio para o universo das aparências que os seres substanciais possam adquirir. Assim seria só um princípio metafísico e não uma lei científica geral. Para o caso (b) Lukasiewicz mostra que o próprio Aristóteles, nos *Segundos Analíticos*, 11, 77a10-22 (LUKASIEWICZ, J., 1971, p.503), sem saber, mostra que o Princípio de Silogismo é independente do Princípio de Contradição. Argumenta ainda que a lógica simbólica moderna revelou um conjunto amplo de princípios que não dependem do Princípio de Contradição. Concluiu Lukasiewicz (1971, p.504) a respeito disso: “devemos tomar por falsa a idéia muito difundida ainda de que o princípio de contradição é o mais importante princípio de toda demonstração”.

Então em que condições o Princípio de Contradição pode ser considerado verdadeiro? Lukasiewicz responde a isso, primeiro, por via negativa: apontando onde o Princípio de Contradição não é verdadeiro. Assim:

A) O Princípio de Contradição não é verdadeiro do ponto de vista de uma suposta evidência (se fosse um princípio evidente por si só, não haveria posições divergentes a seu respeito, como a dos Megáricos ou a de Hegel; além disso, há proposições falsas que parecem evidentes por si só). (1971, p.505).

B) O Princípio de Contradição não é verdadeiro do ponto de vista de uma *organização psíquica* do homem (pois asserções falsas que descrevem como verdadeiras as ilusões do sentido são de ordem psíquica, além de que a formulação psicológica mostrou-se ser falsa, como foi visto). (1971, p.505).

C) O Princípio de Contradição não é verdadeiro do ponto de vista de uma definição do que é a falsidade e do que é a negação (pois ao definirmos que negar o verdadeiro é obter o falso e que, assim, é impossível a uma asserção e a sua negação serem verdadeiras simultaneamente, não estamos com essa definição impedindo a contradição, pois estamos supondo que o falso existe *desde que não simultaneamente ao verdadeiro*, e então é possível dizer ‘A é B’ e ‘A não é B’ simultaneamente na medida em que ambas sejam verdadeiras e falsas simultaneamente; mas mesmo que se defina o falso como algo *não-existente* – uma definição bem mais precisa e inequívoca –, aí então desapareceria o Princípio de Contradição, pois não há como o existente e não-existente existirem simultaneamente justamente porque o não-existente não existe e dizer ‘A é B’ e ‘A não é B’ simultaneamente não constitui contradição). (1971, pp.505-506).

D) O Princípio de Contradição não é verdadeiro do ponto de vista do estabelecimento de uma contradição, pois isso exigiria a existência do objeto não-contraditório, e não há garantias que esse objeto não exista (pois se tal objeto for um objeto formal, como números e figuras geométricas simples, ainda assim, modernamente, novas matemáticas e novas geometrias tornaram objetos formais clássicos não-contraditórios – como as paralelas que não se cruzam para Euclides – uma espécie contraditória – como as paralelas sobre a superfície curva para Lobatchevsky; além disso, mesmo objetos reais podem ser contraditórios, pois eles se transformam uns nos outros, mudam no tempo e no espaço e é impossível garantir que não venham a adotar natureza contraditória em algum momento). (1971, p.506).

Conclui Lukasiewicz que o Princípio de Contradição não tem nenhum valor lógico, mas apenas ético: só é verdadeiro do ponto de vista de nos livrarmos do engano e da mentira,

podendo o ser humano viver em sociedade sob leis e sob um sistema jurídico capaz de julgar os homens segundo essas leis.

Ora, não há uma lógica da ética. Quebrando o ponto de vista Aristotélico, Lukasiewicz abriu a oportunidade de se pensar um mundo contraditório e perfeitamente lógico, perfeitamente racional.

### **3. A Inspiração de Vasil'év**

Jan Lukasiewicz publicou seu *On the Principle of Contradiction in Aristotle* em 1910 em alemão em uma revista de circulação acadêmica polonesa, *Bull. Intern. de l'Académie des Sciences de Cracovie*. Enquanto isso, no mesmo ano, em Kazan, na Rússia, Nikolaj Vasil'év, um médico que exercia o ofício de professor de filosofia da Universidade de Kazan, publicou o primeiro de uma série de artigos (1910 a 1915) que concordava com todos os pontos apresentados por Lukasiewicz a respeito da idéia aristotélica de contradição. O mais curioso disso é que o trabalho de Vasil'év foi independente: ele nunca soube do artigo de Lukasiewicz, nem direta nem indiretamente, e suas teses foram completamente originais a respeito do mesmo tema: a contradição não era uma impossibilidade lógica.

Foi a brasileira Ayda I. Arruda, professora da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), quem estabeleceu que a conseqüência do trabalho de Vasil'év era a lógica paraconsistente. Até o trabalho de Arruda em 1977 só o russo V. A. Smirnov em 1965 havia caracterizado com precisão as teses de Vasil'év enquanto no mesmo ano G. Kline pretendeu concluir uma lógica polivalente das mesmas teses (ARRUDA, A. I., 1980, pp. 6-7).

Arruda em 1977 formalizou essas teses com fineza o suficiente para encontrar ali a consequente lógica paraconsistente que passou a caracterizar o trabalho de Vasil'év.

Até a época de Vasil'év a mudança mais interessante feita na lógica foi o advento do cálculo proposicional de Frege e as discussões a respeito da implicação material de Lewis e Langford (os grafos existenciais de Peirce ficaram à margem dos debates da lógica do fim do séc. XIX e começo do XX). Assim como aconteceu com a física newtoniana, generalizada pelo trabalho de Einstein, no campo da matemática surgiram novos tratamentos da matemática de Cantor, Dedekind e Peano e as novas geometrias de Riemann e Lobatchevsky, que inspiravam reformas semelhantes em outros ramos dogmatizados do pensamento matemático. Esse era o caso da lógica clássica de Aristóteles. Os trabalhos de Lukasiewicz e de Vasil'év foram sintomáticos desse tempo de 'revoluções'.

A idéia base de Vasil'év foi uma crítica no modo de se entender duas das proposições clássicas da teoria silogística de Aristóteles, as proposições 'algum S é P' e 'algum S não é P'. Desde muito remotamente considerou-se que 'algum' poderia equivaler a 'todos' e por isso haveria possibilidade de em certas circunstâncias 'algum S é P' equivaler 'todo S é P' e 'algum S não é P' a 'nenhum S é P'. No seu primeiro artigo, de 1910, intitulado "*Sobre proposições particulares, o triângulo de oposições e a lei do quarto excluído*", Vasil'év argumentou que nada obrigava essa interpretação e deveria dar-se abertura para que 'algum' fosse tomado também como 'nem todos'. Isso significava encaixar uma quinta proposição na estrutura silogística de Aristóteles, o que só se poderia fazer reformulando toda a teoria das figuras aristotélicas da silogística clássica além das regras que regiam as relações entre os termos (maior, menor e médio) das premissas e a relação entre as premissas e a conclusão. Uma proposta de reforma dada pelo próprio Vasil'év foi dividir o universo das proposições em dois mundos: os juízos que fazem referência temporal (*juízos*

de fatos) e em juízos que não fazem referência temporal (*juízos de conceitos*). Os *juízos de fatos* fazem uso dos quatro tipos de juízos aristotélicos clássicos ('todo S é P', 'nenhum S é P', 'algum S é P' e 'algum S não é P'). Quando Vasil'év propôs seus *juízos de conceitos*, notou que não precisava de todos esses juízos clássicos aristotélicos, mas apenas dois ('todo S é P' e 'nenhum S é P') e um novo juízo não aristotélico ('algum – mas não todo – S é P'). Com isso ele confeccionou um 'triângulo lógico' (em alternativa ao 'quadrado lógico' medieval), onde quaisquer dois desses juízos nunca poderiam ser simultaneamente verdadeiros. Disso resulta que no triângulo lógico de Vasil'év há sempre dois juízos simultaneamente falsos para um verdadeiro. Isso permitiu a ele gerar seu 'Princípio de Quarto Excluído': *na lógica dos juízos de conceitos, de cada conceito A é verdadeiro dizer um predicado P só em um de três juízos ('todo S é P', 'nenhum S é P' e 'algum – mas não todo – S é P') e um quarto juízo não pode ser formulado.*

Fica claro como o Princípio de Contradição de Aristóteles começava a ser rompido. Aristóteles sabia que 'todo S é P' e 'nenhum S é P' eram contraditórias por ser uma a negação da outra. Se uma era falsa, então a outra deveria ser verdadeira. No 'triângulo lógico' de Vasil'év, se 'algum – mas não todo – S é P' fosse verdadeiro, então 'todo S é P' e 'nenhum S é P' seriam simultaneamente falsos, o que é difícil de explicar a partir da interpretação clássica que sempre se fez da expressão 'algum' na silogística de Aristóteles, interpretação que vinha de uma noção rígida de contradição. Isso só se resolveria com uma flexibilização da noção de contradição.

Vasil'év faria isso em seus dois artigos seguintes de 1912 (*Lógica (não-aristotélica) imaginária*) e de 1913 (*Lógica e metalógica*). A divisão do universo em dois mundos de juízos inspirou Vasil'év no artigo de 1912 a dividir a natureza estrutural da lógica em duas bases lógicas distintas: uma *metalógica* e uma *lógica* propriamente dita. A metalógica é o

conjunto das leis de pensamento tais que nenhum sistema lógico é possível sem eles (por isso Vasil'év a chama de 'lógica de dimensão 1'). É uma lógica cujos juízos são unicamente afirmativos. A lógica propriamente dita lidaria com o aspecto ontológico do mundo e formularia leis que dependem das propriedades dos objetos que estão sendo considerados. Todo sistema lógico é constituído dessas duas bases lógicas, sem exceção, sendo a metalógica a principal. A lógica de Aristóteles seria uma 'lógica de dimensão 2' porque incluiria *negações* entre seus juízos (um tipo de juízo ausente na metalógica). Da lógica de Aristóteles, argumenta Vasil'év, tira-se uma 'lógica de dimensão 3', com juízos que nem negam, nem afirmem: 'juízos indiferentes', do tipo 'S é P e não é P'. Esse sistema lógico de terceira dimensão é chamado de 'imaginário' por Vasil'év porque ele acreditava que uma contradição só seria possível em um mundo imaginário e não no nosso mundo real.

Como o mundo imaginário de um sistema lógico de 'dimensão 3' lida com a contradição? Nesse mundo imaginário nenhuma lei da metalógica pode ser quebrada e há uma lei metalógica da não-autocontradição que afirma: *um e o mesmo julgamento não pode ser simultaneamente verdadeiro e falso*. Nesse mundo imaginário a não-contradição aristotélica - *nenhum objeto pode ter e não ter o mesmo predicado ao mesmo tempo* – não é válida e nem por isso rompe com a lei metalógica de não-autocontradição.

Mas nem Lukasiewicz nem Vasil'év anteviram a paraconsistência de modo estruturado. Isso só começou a ser tentado pelo lógico polonês Stanislaw Jaskowski em 1948.

#### **4. A Lógica Discursiva de Jaskowski**

Jaskowski conheceu o trabalho de Lukasiewicz e, a partir das sugestões desse artigo, foi o primeiro que propôs um sistema formal que lidasse com a contradição. Em 1948 ele publicou o artigo *Cálculo proposicional para sistemas dedutivos contraditórios* (JASKOWSKI, S., 1969), onde ele funda uma lógica paraconsistente. Ele começa o artigo apontando as razões que o motivaram para a criação de uma lógica para sistemas contraditórios. Ei-las:

Primeira razão: na história do pensamento, muitos sistemas de filosofia construíram argumentos suficientemente convincentes e que continham premissas contraditórias. Heráclito de Éfeso no séc. VI a.C já estabelecia argumentos baseados na contradição. No séc. XIX Hegel propôs uma *lógica dialética* que operava com juízos contraditórios e se tornou a base da filosofia marxista que pretendeu localizar no mundo uma contradição historicamente existente. Antinomias e paradoxos famosos – de Buralli-Forti, de Russell, de Richard –, possíveis graças às ferramentas novas da análise da lógica simbólica, revelaram contradições dentro de sistemas até então considerados estáveis. Tentativas de solução para o Paradoxo de Russell, por exemplo, levaram os sistemas de hierarquia de infinitos de Cantor – tão preciosos à Teoria dos Conjuntos – ao problema sério da impossibilidade do conjunto-potência do conjunto universo (o que se revelou a tal ponto deletério que a solução foi conseguir um arranjo precário e convencional - Antinomia de Fraenkel-Zermelo – para salvar o edifício da matemática moderna). Um problema semelhante produzido no sistema de Frege – problema também causado pelo Paradoxo de Russell – foi corrigido por Russell fazendo uso de sua Teoria dos Tipos. Mas mesmo essa Teoria dos Tipos precisava estabelecer operações lógicas usando proposições que exigiam a separação entre a linguagem cotidiana e a linguagem formal. E mesmo neste caso, seria

necessário estabelecer linguagens de graus superiores para tratar as contradições que surgiam dentro de cada novo nível de linguagem. A própria linguagem – cotidiana ou formalizada – revelava uma crise do Princípio de Contradição de Aristóteles.

Segunda razão: as ferramentas da lógica moderna são muito eficientes em reduzir à simbologia matemática muitas das partes estruturais das proposições, porém não conseguem fazer o mesmo com os princípios aristotélicos, em especial o Princípio de Contradição. Quando traduzem o Princípio de Contradição para o sistema de proposições matematizadas, criam objetos extremamente vagos, como as variáveis que não tem natureza semântica e designam, se muito, o local vazio nas equações, a serem preenchidos pelos elementos de domínio das funções. A lógica moderna designa termos importantes das proposições usando variáveis e o Princípio de Contradição não consegue lidar com a noção de variável da matemática atual. Resulta que de certo termo ‘x’ dentro de uma proposição se pode dizer que ‘x é y’ ou que ‘x não é y’ dependendo de uma regra de substituição que já é semanticamente problemática (pois não sabemos até que ponto as propriedades de uma proposição são conservadas por seus termos serem variáveis, nem se essas propriedades se conservam se ocorre uma substituição por um termo não-variável, uma constante, um termo lingüístico com sentido).

Terceira razão: é notório como algumas ciências empíricas modernas se apóiam sobre a contradição. Não é preciso se estender neste ponto: popularizaram-se muito os modelos que exemplificam situações contraditórias dentro da mecânica quântica, na Teoria da Relatividade, na cosmologia e em teorias bastante contra-intuitivas como a tese de não-localidade<sup>7</sup> de nosso mundo.

---

<sup>7</sup> Teorema de Bell, do físico irlandês John Bell, que conceitua a proposta de que vivemos em mundo onde não há causa e efeito

Jaskowski propõe um sistema lógico que se assemelha ao que ocorre com as sentenças que surgem em um debate entre grupos de pessoas. As pessoas de cada grupo discursam e nem sempre concordam quanto aos mesmos pressupostos ou não tiram de todos esses pressupostos as mesmas conclusões. Durante o debate sempre um mediador se referirá ao ponto de vista deste ou daquele grupo, fazendo uma redução das idéias discutidas dentro de cada grupo, mesmo que todas as questões não tenham sido completamente apreciadas, ou que reine concepções vagas a respeito de alguns pontos, ou mesmo haja membros do grupo com posições contraditórias. Esse ‘ponto de vista do grupo’ é um sistema contraditório baseado em um discurso contraditório, daí o nome *lógica discursiva* da proposta de Jaskowski. Se uma tese  $T$  aparece nesse discurso (por exemplo, a tese ‘se  $A$  então  $B$ ’ ou a tese ‘se  $A$ , então ou  $A$  ou  $B$ ’), dela não se pode falar nada além de que ‘é possível que  $T$ ’, pois as teses restantes não foram devidamente resolvidas em sua extensão, ou contradição ou vaguidade. Ele introduz, então, um operador modal, o ‘possível’ que representamos pelo símbolo ‘ $\diamond$ ’. A primeira coisa que Jaskowski mostra é que o sistema de cálculo proposicional bivalente não atende as necessidades de um sistema discursivo. Por exemplo, podemos considerar um sistema onde haja a tese  $T_1 = ‘B’$ , a tese  $T_2 = ‘se B, então C’$ , a tese  $T_3 = ‘é possível que se B, então C’$ , e a regra *Modus Ponens*. O cálculo proposicional clássico permitiria, pela regra *Modus Ponens*, que inferíssemos  $C$ . Mas a tese  $T_3$  pode ser interpretada como *é possível que B não resulte em C*, porque  $T_3$  está dizendo que  $T_2$  é tão somente uma possibilidade, e isso é um complicador. Nesse sistema (chamado de sistema modal  $M_2$ , por ser decidível bivalentemente e conter o operador ‘ $\diamond$ ’), como o operador ‘ $\diamond$ ’ não é um operador de mesma natureza que os operadores clássicos ‘ $\wedge$ ’, ‘ $\neg$ ’, e ‘ $\vee$ ’, não podemos fazer uso das tabelas veritativas.

Jaskowski irá introduzir em seu sistema os operadores discursivos como a negação  $\neg_d$  (negação discursiva) e outros. Assim, por exemplo, existe a *equivalência discursiva* ( $\equiv_d$ ) e a *implicação discursiva* ( $\rightarrow_d$ ). Jaskowski acrescentará as seguintes definições a  $M_2$ :

( $M_2$ def 1) *Definição de implicação discursiva.*  $(\alpha \rightarrow_d \beta) \equiv \Diamond(\alpha \rightarrow \beta)$

( $M_2$ def 2) *Definição de equivalência discursiva.*  $(\alpha \equiv_d \beta) \equiv \Diamond(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\Diamond\alpha \rightarrow \Diamond\beta)$

Três leis são tiradas dessas novas definições:

$$(M_2\ 1) \ \Diamond(\Diamond(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\Diamond\alpha \rightarrow \Diamond\beta))$$

$$(M_2\ 2) \ \Diamond((\alpha \equiv_d \beta) \rightarrow (\Diamond\alpha \rightarrow \Diamond\beta))$$

$$(M_2\ 3) \ \Diamond((\alpha \equiv_d \beta) \rightarrow (\Diamond\beta \rightarrow \Diamond\alpha))$$

Essas regras e as definições 1 e 2 constituirão a base de um sistema discursivo propriamente dito, ao qual Jaskowski chamará ‘sistema  $D_2$ ’ (ou seja, que decidível bivalentemente).

A principal característica do sistema discursivo  $D_2$  é ser um conjunto de expressões  $T$  chamadas teses de  $D_2$  com as seguintes propriedades:

1.  $T$  contém variáveis proposicionais e os operadores (chamadas por Jaskowski de *funtores*) ‘ $\rightarrow_d$ ’ (implicação discursiva), ‘ $\equiv_d$ ’ (equivalência discursiva), ‘ $\vee$ ’, ‘ $\wedge$ ’ e ‘ $\neg$ ’.

2. Precedendo as teses de  $T$  do símbolo ‘ $\Diamond$ ’ obtemos teses do sistema modal  $M_2$ .

Ora, o sistema  $M_2$  é decidível bivalentemente (uma tese ou é verdadeira ou é falsa), o modo de se decidir uma tese de  $D_2$  é torná-la tese de  $M_2$ . O processo é feito como segue: uma tese  $T$  de  $D_2$  é uma tese comum do cálculo proposicional clássico  $L_2$  cujo operador ' $\rightarrow$ ' ou ' $\equiv$ ' foi substituído respectivamente por ' $\rightarrow_d$ ' ou ' $\equiv_d$ '. Essas teses  $T$  de  $D_2$  se tornam teses de  $M_2$  simplesmente ao serem antecedidas pelo símbolo ' $\diamond$ '. Isso permite que a tese discursiva seja associada a uma tese modal. Em outras palavras, *o cálculo proposicional discursivo  $D_2$  é decidível se for definido como uma interpretação a partir de  $M_2$ .*

Jaskowski então estabelece a relação que há entre o cálculo  $L_2$  (bivalência de Aristóteles) e o cálculo  $D_2$  (que não aceita rigidamente o Princípio de Contradição), sabendo que é em  $M_2$  que se consegue decidir as teses  $T$  de  $D_2$  interpretadas a partir de  $M_2$ . Essa relação entre  $L_2$  e  $D_2$  é dada por três *teoremas metodológicos*:

(TM1) Todas as teses de  $L_2$  que não contenham operadores além de ' $\rightarrow$ ', ' $\equiv$ ' e ' $\vee$ ' tornam-se teses de  $D_2$  pela substituição de ' $\rightarrow$ ' por ' $\rightarrow_d$ ' e ' $\equiv$ ' por ' $\equiv_d$ '.

(TM2) São também teses de  $D_2$  as teses  $T$  de  $L_2$  que não contenham operadores além de ' $\vee$ ', ' $\wedge$ ' e é tese de  $D_2$  toda expressão ' $(\neg T \rightarrow_d q)$ ' (isto é, a negação de uma tese  $T$  implica discursivamente a variável ' $q$ ').

(TM3) As teses de  $D_2$  em que os operadores ' $\rightarrow_d$ ' e ' $\equiv_d$ ' são substituídas por ' $\rightarrow$ ' e ' $\equiv$ ', respectivamente, tornam-se teses de  $L_2$ .

Um ponto importante é que há algumas inferências (*Modus Ponens*, por exemplo) em  $L_2$  que não são de  $D_2$ . Isso permitirá construir algumas teses que não pertencem a  $D_2$  (teses que ele denomina, cada uma, por não- $D_2$  e uma numeração que indica a ordem em que surgem no cálculo  $L_2$ ). Os diversos princípios lógicos estabelecidos por Aristóteles e por lógicos modernos da linha de Frege, Russell, Whitehead, Huntington, por exemplo, são expressões com sentido em  $L_2$  que não são teses de  $D_2$  (algumas designadas por Jaskowski: Princípio de Exportação, Lei da Simplificação Plena, Lei de Identidade, Lei de Transposição etc.). Ora, essas leis e princípios acabam gerando as antinomias e paradoxos famosos dentro de  $L_2$ . O que Jaskowski mostra é que podemos transportar essas teses antinômicas e paradoxais de  $L_2$  para dentro de um sistema discursivo  $D_2$  e resolvê-las em uma interpretação modal  $M_2$  desse sistema discursivo.

A solução de Jaskowski, porém usa recursos modais que não são acordo geral entre os lógicos. Seria possível um tratamento não modal para o problema tratado por Jaskowski? Uma solução satisfatória foi proposta pelo matemático brasileiro Newton C. da Costa.

## **5. Os Cálculos $C_n$ de Newton da Costa**

Em 1963 o matemático brasileiro Newton C. A. da Costa apresentou como tese de doutorado seu trabalho intitulado *Sistemas Formais Inconsistentes* (DA COSTA, N. C., [1993]). Nele Da Costa vai muito além da formalização que Jaskowski estabeleceu e cria a hierarquia das linguagens paraconsistentes capazes de servir como lógicas subjacentes a teorias inconsistentes, firmando de modo criterioso um novo campo na lógica moderna. Sua inspiração foi a existência da contradição em muitas teorias que resultavam da análise

matemática e a necessidade de uma lógica subjacente que não fosse a clássica, para não trivializar a teoria.

O trabalho de Da Costa começou tomando o Cálculo Proposicional Clássico como o primeiro e distinto de todos os cálculos, e o chamou de  $C_0$ . A principal característica de  $C_0$  é a que já conhecemos: a tese principal é que vale o Princípio de Contradição de Aristóteles  $\neg(\alpha \wedge \neg \alpha)$ . Isso significa que qualquer teoria que contenha contradições e que tenha  $C_0$  como lógica subjacente, se torna uma teoria trivial. Isso já vimos: nossa Teoria de um Mundo de Lewis Carroll, no começo deste nosso trabalho, é exemplo de uma teoria que tem  $C_0$  subjacente.

Mas isso não precisa ser assim. A lógica de Jaskowski já mostrou que é possível lidar com teorias inconsistentes, desde que estejam baseadas por lógicas não-clássicas. O mérito de Da Costa foi criar uma hierarquia de cálculos sentenciais e uma hierarquia de cálculos de predicados (um cálculo de predicado para cada cálculo sentencial, correspondentes um-a-um). Assim, Da Costa cria os cálculos  $C_n$ ,  $1 \leq n \leq \omega$ . São três as principais características de  $C_n$ :

- (1) Em  $C_n$  a tese  $\neg(\alpha \wedge \neg \alpha)$  – Princípio de Contradição de Aristóteles – não é válida.
- (2) Em  $C_n$  não se pode deduzir qualquer tese de duas teses contraditórias (isto é, qualquer  $C_n$  subjacente a uma teoria que contenha contradições não a trivializa)
- (3) Em  $C_n$  valem todos os esquemas e regras de inferência de  $C_0$  que não interfiram na característica (1).

A característica (3) excluirá especialmente os princípios e regras de  $C_0$  que permitirão construir paradoxos. Daí que qualquer cálculo  $C_n$  é decidível, isto é, qualquer de suas teses tem valor de verdade ‘verdadeiro’ e a negação da tese tem valor de verdade ‘falso’.

A hierarquia tem outra propriedade: cada  $C_i$  é mais fraco que  $C_{i-1}$ . Isto é, cada cálculo  $C_n$  é subcálculo do outro de índice menor e  $C_0$  contém todos os  $C_n$ .

Essas características hierárquicas são preservadas quando Da Costa propõe um Cálculo de Predicados  $C_n^*$ , isto é um cálculo de predicados para cada  $C_n$ , também hierarquizado. Depois Da Costa completa seu trabalho introduzindo a igualdade ‘=’ de modo hierarquizado: uma hierarquia de cálculos  $C_n^{\equiv}$ , um cálculo  $C_n^{\equiv}$  para cada cálculo  $C_n^*$ . Isso completa o trabalho de Da Costa.

## **6. Considerações a Respeito da Importância da Lógica Paraconsistente**

O próprio professor Newton da Costa fez uma lista dos problemas relevantes onde o uso da lógica paraconsistente é de suma importância (DA COSTA, N. C. A., 1990, p.101). Vamos listá-los abaixo, resumindo as principais idéias apontadas por Da Costa:

1) *Caracterização mais acurada da negação*. Na lógica a negação ‘ $\neg$ ’ traduz que existe certo critério **m** que dá o valor de verdade ‘falso’ para certa propriedade  $\neg A$  quando um critério **n** dá o valor de verdade ‘verdadeiro’ para  $A$ . No entanto pode existir uma ‘fronteira’ não clara entre  $A$  e  $\neg A$ , onde os dois critérios **m** e **n** devem ser aplicados simultaneamente. Por exemplo, entre a cor vermelha e outra adjacente não vermelha (por exemplo, o laranja) do espectro da luz branca há uma gama de continuidade de gradações

de cores onde nem se deixa de ser vermelho e ainda não é laranja. Nessa fronteira difusa não é possível decidir entre  $A$  e  $\neg A$ .

2) **Caracterização mais acurada da noção de contradição.** Sistemas contraditórios podem ser construídos mesmo dentro das ‘soluções’ para evitá-las. Por exemplo, Kant resolveu o problema da contradição dizendo que a contradição entre duas sentenças em que uma é a negação da outra só é aparente, pois basta localizá-las em coordenadas espaço-temporais diferentes para ver que não coexistem simultaneamente. Mas toda coordenada espaço-temporal envolve um intervalo  $I$  de tempo e podemos supor um mundo onde o intervalo  $I$  pode ser dividido indefinidamente em intervalos  $I_i$  mais curtos. Diremos que uma sentença é verdadeira se for verdadeira em alguma parte de  $I$ . Vamos agora supor que duas sentenças contraditórias,  $A$  e  $\neg A$  sejam verdadeiras. Então existe  $I$  onde  $A$  e  $\neg A$  são verdadeiras. Podemos dividir  $I$  em um número finito de intervalos  $I_i$  e  $A$  e  $\neg A$  devem ser verdades em ao menos um desses intervalos parciais. Podemos tomar cada intervalo  $I_i$  e dividi-los em um número finito de intervalos  $I'_i$  menores ainda e  $A$  e  $\neg A$  devem ser verdades em ao menos um desses  $I'_i$ . Podemos ainda tomar cada um dos intervalos  $I'_i$  e dividi-los em intervalos  $I''_i$  menores ainda e  $A$  e  $\neg A$  devem ser verdade em ao menos um desses intervalos. Se continuarmos assim chegaremos a algum grau de divisão parcial onde há dois intervalos parciais  $I^j_i$  e  $I^k_i$  onde em um  $A$  é verdadeiro e no outro  $\neg A$  é verdadeiro. Isto é, podemos separar  $A$  e  $\neg A$  temporalmente, mas não eliminamos a contradição, que permanece existindo no intervalo  $I$  original.

3) **Uma caracterização adequada do Esquema de Separação.** O Esquema de Separação diz, em linhas gerais, que dada uma propriedade, ela gera um conjunto: o daqueles objetos que possuem aquela propriedade. O Paradoxo de Russell nasce desse esquema, ao estabelecer a propriedade ‘de um objeto não pertencer a si próprio’. A solução clássica é restringir esse esquema para alguns conjuntos, o que é uma solução bastante criticável. No entanto, lógicas paraconsistentes admitem esse tipo de contradição e inferem teoremas não-triviais deles, o que é uma solução bem melhor.

4) **Compreensão mais efetiva de teorias contraditórias como a dialética e a Teoria dos Objetos de Meinong.** A dialética é uma interpretação filosófica que propõe sistemas onde a contradição surge tranquilamente e dela se devem inferir teoremas não-triviais. Por exemplo, a dialética marxista lida com a contradição histórica de onde infere-se sistemas sociais que não podemos chamar de triviais. Do mesmo modo com a Teoria dos Objetos de Meinong, conforme Alexius Meinong descreveu em seu *Sobre a Teoria do Objeto*<sup>8</sup>. Ela separa *ser* de *existência*. Por exemplo, o unicórnio não existe, mas é um *ser* com alguma natureza, seja ficcional, seja intelectual, seja mística, caso contrário não poderíamos falar de unicórnios nem para negá-los, nem para citá-los em uma descrição da Teoria dos objetos de Meinong. Para os *existentes* (como a Torre Eiffel), a princípio de contradição vale. Mas para os *não-existentes*, o princípio de contradição não vale. Por exemplo, o nosso Gato de Cheshire de nosso Mundo de Lewis Carroll é um *ser não-existente* no sentido dos objetos de Meinong.

5) **Construção de teorias inconsistentes e não-triviais onde os paradoxos surgidos na lógica proposicional clássica têm solução.** Por exemplo, é possível construir um cálculo de predicados onde o cálculo clássico é subsistema e nesse cálculo mais amplo há um

---

<sup>8</sup> Ver *Sobre a Teoria do Objeto* de Alexius Meinong in Braida, C. R. [2005], p.91-139.

predicado P que é e que não é predicável de si próprio (Paradoxo de Russell). Esse é só um dos muitos paradoxos que podem ser resolvidos paraconsistentemente. Isto significa que os paradoxos do cálculo clássico não precisam ser semanticamente eliminados e podem ser tratados de maneira nova.

6) **Rebater as críticas contra os sistemas dialéticos.** Uma das mais fortes críticas à dialética como interpretação filosófica é dada por Popper, que dizia que as contradições permitidas pela dialética trivializam essas filosofias. Mas já vimos que dar uma alternativa à trivialização é a principal bem sucedida tarefa da lógica paraconsistente.

7) **Flexibilização dos critérios metodológicos aplicados às teorias científicas.** Basicamente toda teoria científica é baseada no cálculo proposicional clássico. O surgimento de novas lógicas e, no caso especial da lógica paraconsistente, que vimos estudando, inclusive o surgimento de lógicas capazes de lidar com a contradição, permitem que haja novo foco orientado dentro da pesquisa científica, que permita novas abordagens teóricas que antes se viam limitadas pela lógica clássica.

8) **Mostrar que a definição semântica da verdade de Tarski não resulta obrigatoriamente nos princípios usuais da lógica clássica.** De fato, seguindo o roteiro de pesquisa tarskiano para definição da verdade, pode ser concluído a mesma definição semântica de Tarski evitando princípios como o de contradição. O que se quer dizer é que há uma semântica paraconsistente e formas de verdade paraconsistente, o que revela que os métodos semânticos não determinam uma única noção de verdade.

Há muitas questões abertas, no entanto, a respeito das possibilidades e implicações diretas e indiretas do uso de lógicas paraconsistentes. Muitas tecnologias modernas apontam para um uso futuro de sistemas lógicos que *devem obrigatoriamente fugir dos princípios*

*clássicos aristotélicos*. Exemplo são as possibilidades da optrônica, onde circuitos usam luz polarizada ao invés de eletricidade e sabemos que há materiais cujo índice de refração ótico permitem que a luz seja refletida e refratada ao mesmo tempo. Que tipo de valoração lógica cabe a um comportamento desses? Fica óbvio que essa sugestão já aponta para uma limitação da lógica booleana a ponto de deixar de ser uma opção para os sistemas computacionais cujos circuitos trabalhem com a luz.

Podemos dizer, por fim, que o principal benefício da lógica paraconsistente é dar um formato às aberturas propostas de modo vago pelas questões apontadas por Lukasiewski e Vasil'ev a respeito do princípio de contradição de Aristóteles. O formato é um passo muito importante: permite conseqüências e prever conseqüências, o que alimenta a crítica e dá sentido á construção de outros modelos lógicos. Pesquisas em campos da física só revelam contraintuitividades devido a uma visão macroscópica de mundo a partir de antigas lógicas. As novas lógicas ampliam o intelecto humano e eliminam de nossa visão essa palavra terrível: *contraintuitividade*. Os mundos aparentemente contraintuitivos, quando intuídos por essas novas lógicas, deixarão de serem problemas e serão soluções novas. Há um sorriso distante, que ficará por ultimo no ar (como o sorriso do Gato de Cheshire de *Aventuras de Alice no País das Maravilhas*), quando nessa revolução da lógica das novas lógicas surgidas no século XX novas visões de mundo responderem a antigas questões: lembremos que Aristóteles fez a seu tempo sua revolução lógica e uma visão de mundo surgiu; agora novas lógicas permitirão uma ampliação de nossa noção aristotélico-intuitiva de mundo, e sorriremos ainda, além de Aristóteles.

## **7. Considerações de Caráter Pessoal, devidas ao Prof. Lafayette de Moraes**

Eu, prof Lafayette de Moraes, tive meu primeiro contato com a lógica modal durante um curso ministrado pelo professor australiano Hugh M. Lacey, então professor visitante da Universidade de São Paulo (USP) no Departamento de Filosofia da antiga Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras, em 1968. O curso era ministrado em inglês e de modo tradicional, consistindo de uma série de palestras. O professor Lacey lia as suas notas e os poucos alunos que freqüentavam o curso limitavam-se a simplesmente ouvi-lo. As dificuldades de entendimento da matéria eram acrescidas pela dificuldade de entendimento do inglês com pronúncia australiana. Um dos temas abordados versava justamente sobre a lógica modal. Enchi-me de coragem – naqueles tempos o relacionamento entre professores e alunos caracterizava-se pela formalidade – e procurei o prof. Lacey dizendo que tinha interesse no tema, pois por coincidência, o prof. Newton da C. A. da Costa tinha me sugerido como tema do mestrado o estudo de um trabalho de lógica polivalente do polonês S. Jaskowski, criador da primeira lógica não-clássica em 1948. O trabalho de Jaskowski baseava-se em um sistema modal constituído de uma cadeia de sistema criada pelo lógico norte-americano C. I. Lewis em 1940. Fui recebido muito gentilmente pelo prof. Lacey que, por mais uma coincidência, tinha recebido por aqueles dias um catálogo onde figurava a primeira sistematização até aquela data da lógica modal. Os autores eram dois australianos, G. E. Hughes e M. I. Creswell e o livro era o *Introduction to Modal Logic*.

Com todos os meios de comunicação de que dispomos hoje, é difícil imaginar a realidade daqueles tempos. Não havia Xerox, computadores, internet etc. e nem sempre revistas estrangeiras eram encontradas facilmente entre nós. Hoje o problema é facilmente resolvido. Basta acessar a internet e baixar o artigo desejado. Naquele tempo quando necessitávamos de um artigo tínhamos que escrever uma carta para o autor pedindo que

nos enviasse uma separata ou fotocópia do artigo, processo que exigia alguns meses de espera. Além disso os trabalhos eram datilografados em máquinas de escrever (e não ‘digitados’ como hoje) e a datilografia de um trabalho que empregasse muitos símbolos, como os da lógica e da matemática, tinha de ser digitado nas antigas máquinas IBM de esferas. Uma dessas esferas era constituída dos principais símbolos usados em lógica e matemática, e tinha de ser importada. A datilografia, porém, não era simples e exigia a troca freqüente das esferas, a normal com as letras de nosso alfabeto e outra com símbolos da lógica e da matemática, o que exigia excepcional dose de paciência por parte do datilógrafo. Por esses requisitos, esses profissionais eram poucos e disputados por professores da área de exatas e pelos cursinhos que necessitavam de textos de matemática destinados a oferecer desses cursos preparatórios para o vestibular. Geralmente essa atividade de datilografia era exercida por professores de matemática a fim de complementar seus salários. Era natural que assim fosse porque o trabalho era extremamente cansativo normalmente para datilógrafos leigos em matemática que praticamente tinham de ler símbolo a símbolo e não a expressão toda, coisa facilmente realizada por quem entendia da matéria.

Meu trabalho de mestrado foi apresentado no Departamento de Filosofia da USP em 1970 graças a dedicação de uma professora de matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Mineko Yamashita, que se tornaria aluna do prof. Newton C. A. da Costa, tendo confeccionado seus trabalhos de mestrado e doutorado sob sua orientação.

Uma pergunta poderia ser feita: por que um trabalho de lógica matemática, como se dizia na época, foi apresentado no Departamento de Filosofia? A resposta é fácil se nos reportarmos àqueles dias. Não só no Brasil, mas em geral a lógica era olhada com certas restrições por matemáticos e filósofos, mais pelos matemáticos do que pelos filósofos.

Bertrand Russell já dizia, com a ironia que o caracterizava: “a lógica é uma filha cuja paternidade não era assumida nem pelos filósofos nem pelos matemáticos. Os filósofos achavam-na muito matemática e os matemáticos muito filosófica. Em geral a lógica não fazia parte do currículo ministrado aos estudantes de matemática. No âmbito da filosofia seu estudo em geral era restrito à silogística de Aristóteles.

Os estudos da lógica tiveram impulso em São Paulo com a vinda do Prof. Newton C. A. da Costa da Universidade Federal do Paraná para a Universidade de São Paulo (USP) e a fundação por ele do Centro de Lógica e Epistemologia (CLE) na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), o melhor núcleo de estudo da lógica no Brasil, hoje de renome internacional.

Mas voltando à gentil entrevista com o prof. Lacey, segui sua sugestão e importei o livro de Hughes e Cresswell sobre a lógica modal. Acredito que tenha sido o primeiro livro de lógica modal que entrou no Brasil. É um excelente manual e contém um excelente tratamento da chamada lógica modal moderna até 1968. Mais tarde a mesma dupla de autores publicou vários outros sobre lógicas modais trazendo o seu desenvolvimento até mais recentemente.

Apenas de passagem podemos dizer que naquela ocasião a USP passava por uma grande turbulência e aqueles anos ficaram conhecidos mais tarde como “anos de chumbo” do regime militar implantado entre nós por mais de vinte anos a partir daqueles dias. Sinceramente confesso não ter a menor vontade de escrever sobre um período que se enche de vergonha. Ele se insere em uma História Vergonhosa da Humanidade. Acontece que tenho vontade de tecer algumas considerações sobre a lógica modal, que deu a Jaskowski em 1948 instrumentos para elaborar a primeira lógica não-clássica, como vimos acima. Se ela ‘já nasceu em pecado’, como disse Quine, ela tem, pelo menos, o grande mérito de ter

contribuído para a elaboração da primeira lógica não-clássica, que favoreceu uma grande revolução no nosso modo de ver a evolução do pensamento formal.

Como quase tudo referente à lógica, a lógica modal também nasceu com Aristóteles, em cerca de 3000 a.C. O primeiro trabalho em que conceitos de lógica modal aparecem é conhecido como “Problema da Batalha Naval”, que aparece no *De Interpretatione*, capítulo 9, onde Aristóteles discute os ‘futuros contingentes’ e quer saber se a sentença ‘amanhã haverá uma batalha naval’ deve ser verdadeira hoje ou não – e, conseqüentemente, se a sentença é *necessariamente* ou *possivelmente* falsa ou verdadeira. Essa discussão aristotélica gera até nossos dias amplos debates e soluções alternativas<sup>9</sup>. Depois de Aristóteles, os pensadores megáricos, em especial o principal pensador dessa escola, Diodorus, trataram da modalidade. Após esses debates, a lógica Modal atravessou o fim da Antiguidade e toda a Idade Média sem sofrer nenhum acréscimo digno de nota, exceto o comentário brevíssimo do Pseudo-Scotus. Só virá novamente a ser motivo de estudos em 1917 com os trabalhos de lógica do norte-americano C. I. Lewis. Lewis estava interessado pelo problema conhecido como ‘paradoxos da implicação material. Pouco depois ele publica em 1918, pela University of California Press, *A Survey of Symbolic Logic* onde é feita uma excelente exposição do desenvolvimento da lógica e, logo após, em colaboração com outro lógico norte-americano C. H. Langford, em 1932, pela mesma editora, *Symbolic Logic*, onde apresenta uma hierarquia de cinco sistemas modais. Um tratamento exaustivo desses sistemas encontra-se no trabalho acima citado de Hughes e Creswell inclusive uma importante relação entre alguns sistemas de Lewis e a lógica aristotélica descoberta por Kurt Gödel. O último sistema dessa hierarquia, o sistema S5 é de particular importância não só sob o ponto de vista formal como semântico e metafísico, provocando uma grande

---

<sup>9</sup> A esse respeito, ver o artigo dos mesmos autores Lafayette de Moraes e Carlos Roberto Teixeira Alves: *A Modalidade a Respeito dos Contingentes Futuros em Aristóteles, De Interpretatione 9*, in *Cognitio – Revista de Filosofia, Centro de Estudos do Pragmatismo – PUC-SP*, São Paulo, v.10, nº2, 243-266, jul/dez. 2009.

discussão a respeito desses problemas. Entre o grande número de obras sobre o tema podemos destacar: *The Metaphysics of Modality* de G. Forbes (Clarendon Press, Oxford, 1985) e *On the Plurality of Worlds* de D. Lewis (Basil Blackwell, U.K. 1986).

A discussão desses problemas foge do âmbito deste artigo. Destacamos apenas para terminar e apontar a importância de S5, e sua posição na chamada *semântica dos mundos possíveis*, elaborada pelo lógico norte-americano Saul Kripke em 1965. É sobre essa posição e outros problemas correlatos que versa o excelente livro de D. Lewis que acima citamos. A extensão da Semântica de Kripke para a lógica de Jaskowski foi obtida por nós em 1973. Finalizando, só resta dizer que foi justamente esse discutido sistema S5 que Jaskowski usou para elaborar o seu sistema D<sub>2</sub>, criando em 1948 a primeira lógica não-clássica, cuja importância para a evolução do nosso raciocínio nunca é demais ressaltar.

## **8. Referências Bibliográficas**

ARRUDA, A. I. [1980], *N. A. Vasiliev e a Lógica Paraconsistente*, Relatório Interno nº140, Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Campinas, Brasil.

\_\_\_\_\_, [1980b], *A survey of paraconsistent logic*, in *Mathematical Logic in Latin America*, North-Holland Publishing, pp.1-41.

BRAIDA, C.R.; [2005], *Três aberturas em ontologia: Frege, Twardowski e Meinong*, Rocca Brayde, Florianópolis.

DA COSTA, N. C. A., [1990], *Importância Filosófica da Lógica Paraconsistente*, Bol. Soc. Paran. Mat., 2ª série, vol. 11, nº22, pp.91-111.

\_\_\_\_\_, [1993], *Sistemas Formais Inconsistentes*, Ed UFPR, Curitiba.

DA COSTA, N. C. A. ET ALS., [1977], *On the Imaginary Logic of N. A. Vasil'ev*, no *Non-classical logics, Model Theory and Computability*, North-Holland, pp.3-22.

FORBES, G., [1985], *The Metaphysics of Modality*, Claredon Press, Oxford.

HERBRAND, J., [1928], *Sur la théorie de la démonstration*, *Comptes Rendues Hebdomadaires des Sciences de L'Academie des Sciences*, Paris, vol 186 pp. 1274-1276.

HUGHES, G.; CRESSWELL, M., [1968], *An Introduction to Modal Logic*, Methuen.

JASKOWSKI, S. [1969], *Propositional calculus for contradictory deductive systems*, *Studia Logica* XXIV, pp. 143-157 (tradução inglesa do mesmo artigo em polonês de 1948).

DE MORAES, L.; ALVES, C.R.T., [2009], *A Modalidade a Respeito dos Contingentes Futuros em Aristóteles, De Interpretatione 9*, in *Cognitio – Revista de Filosofia, Centro de Estudos do Pragmatismo – PUC-SP*, São Paulo, v.10, nº2, 243-266, jul/dez. 2009.

LUKASIEWICZ, J. [1971], *On the Principle of Contradiction in Aristotle*, in *Review of Metaphysics*, xxiv, 3, pp.485-509.

LEWIS, D., [1986], *On the Plurality of Words*, Basil Blackwell, U.K.

O Prof. Lafayette de Moraes possui graduação em Física pela Universidade de São Paulo (1963), graduação em Matemática pela Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil (1953), especialização em Filosofia pela Universidade de São Paulo (1966) , mestrado em Filosofia (Lógica) pela Universidade de São Paulo (1970) , doutorado em Filosofia (Lógica) pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (1973) e pós-

doutorado pela Universidade de Munchen (1978). Lecionou matemática, filosofia e lógica durante vinte e oito anos na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), ensinou cálculo e geometria analítica por três anos no curso de Engenharia Industrial no Centro Universitário da FEI e durante um ano na Faculdade de Filosofia, Ciências, Artes e Letras de São José do Rio Preto (FFCLSJRP), ministrou o curso de filosofia durante onze anos no Instituto Brasileiro de Educação Ciência e Cultura (IBECC), foi professor titular da cadeira de lógica da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) durante vinte e sete anos e professor titular de lógica por cinco anos da Faculdade São Bento. É autor de diversas publicações no Brasil e no exterior, artigos e livros, todas ligadas à lógica, sendo referenciado como um dos primeiros lógicos no Brasil a trabalhar com sistemas modais.

O Prof. Carlos Roberto Teixeira Alves é graduado em Filosofia pela Faculdade São Bento, mestre pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), defendendo trabalho na lógica, especialmente o campo da Semântica da Verdade de Alfred Tarski. É autor de livros e artigos no campo da lógica. Em colaboração com o prof. Lafayette de Moraes dedica-se a estudos no campo dos paradoxos lógicos, trabalhando com modelos não-clássicos de soluções. Atualmente é doutorando na PUC-SP, também na área da lógica.

**Pesquisas e Métodos de Aplicações da Lógica Paraconsistente  
Anotada em Sistemas de Inteligência Artificial**

João Inácio da Silva Filho  
jinacsf@yahoo.com.br

IEA-Instituto de Estudos Avançados da Universidade de São Paulo  
Av. Prof. Luciano Gualberto, Trav. J nº 374, Térreo, Cidade Universitária  
CEP 05508-900, São Paulo - SP- Brasil

GLPA - Grupo de Lógica Paraconsistente Aplicada  
UNISANTA- NPE –Núcleo de Pesquisa em Eletrônica  
Rua Oswaldo Cruz, 288, Boqueirão, CEP 11045-000, Santos - SP

**Resumo**

A Lógica Paraconsistente quando estudada na sua forma estendida denominada de Lógica Paraconsistente Anotada vêm apresentando resultados relevantes em aplicações ligadas a diversos campos que abrangem a área da inteligência artificial. Neste trabalho é apresentada uma descrição relacionada às pesquisas de aplicação com os equacionamentos que tratam de criação de sistemas inteligentes de apoio à decisão e ao controle de robô móvel autônomo, cujos algoritmos são sustentados pela lógica Paraconsistente Anotada.

**Palavras-chave:** inteligência artificial, lógica paraconsistente, sistemas inteligentes, robótica.

## **Abstract**

The Paraconsistente Logic when studied in extended form denominated Paraconsistent Annotated Logic, presents relevant results in applications related to several fields of the artificial intelligence. In this work, a description about the application researches is presented with the main equations that deal with the creation of intelligent systems of decision support and autonomous movable robot's control, whose algorithms are sustained by the Paraconsistent Annotated logic.

**Keywords:** artificial intelligence, Paraconsistent logic, intelligent systems, robotics.

## **1. Introdução**

Entre as inovações tecnológicas atuais que se referem às áreas de pesquisas que tratam de obter métodos aplicados a sistemas inteligentes, as lógicas não-clássicas têm um papel predominante. São estas lógicas não-convencionais, cujas estruturas diferem em certos aspectos com a lógica clássica binária, que são utilizadas como suporte teórico para os algoritmos que compõe os sistemas inteligentes na sua função de oferecer apoio à tomada de decisão. No rol das inúmeras lógicas denominadas de não-clássicas, destacam-se, neste capítulo, as pesquisas em aplicações da Lógica Paraconsistente Anotada (LPA). No decorrer do texto, procura-se apresentar a LPA como suporte para construção de modelos que promovam métodos e ferramentas computacionais na forma de aplicativos em áreas da Inteligência Artificial. A Lógica Paraconsistente, na forma que aqui será apresentada, tem sido utilizada em aplicações recentes e os métodos apresentados neste trabalho são

resultantes dos primeiros estudos que apareceram no final da década passada. Portanto, convém destacar que a formalização e os métodos de aplicações aqui expostos são frutos de grupos de pesquisas formados em algumas instituições acadêmicas que acreditaram nas propostas iniciais de aplicações diretas em sistemas reais de uma lógica contraditória. Entre estas Instituições, se encontra o IEA-USP Instituto de Estudos avançados da Universidade de São Paulo, onde foi criado o Grupo de Lógica e Teoria da Ciência, cujo um dos objetivos era dar sustentação teórica a essas futuras e, hoje, reais aplicações.

As pesquisas elaboradas para trabalhar nestes conceitos fundamentais que objetivavam as aplicações diretas obtiveram sucesso com a utilização de uma extensão da Lógica Paraconsistente denominada de Lógica Paraconsistente Anotada de anotação com dois valores (LPA2v). Os estudos de aplicações diretas da LPA2v são motivados pela mesma razão pela qual resultaram as aplicações da Lógica Clássica. Assim como foi feito na utilização da Lógica Clássica, que teve seu modelo lógico binário convenientemente adaptado ao modelo de funcionamento do transistor como chave liga/desliga de tal modo que hoje sustenta nosso avanço computacional, a LPA2v também pode ser vista como ciência capaz de ser traduzida através da matemática. Pode ser estudada como um modelo capaz de ser aplicada em sistemas reais. Dentro desta percepção, surge a idéia da possibilidade real de um Sistema Lógico Paraconsistente que, assim como na lógica clássica, é um conjunto de axiomas e regras de inferência que objetivam representar formalmente o raciocínio válido. Sendo assim, o Sistema Lógico Paraconsistente pode ser representado através de um algoritmo que tem sua utilização como o núcleo de um programa computacional com aplicações diretas em sistemas de Inteligência Artificial. Sob essa ótica, a engenharia considera em relação a essa questão o fato de que, como a lógica filosófica lida com descrições formais da linguagem natural de onde se pode definir a estrutura de declaração, pode-se então considerar que, desde que tenham-se a capacidade

de encontrar o método certo para traduzir a linguagem corrente para essa lógica paraconsistente é possível capturar e modelar raciocínios capazes de formar modelos para tratar adequadamente as contradições em determinados meio ambientes. Dessa forma, a partir de sistemas lógicos paraconsistentes criam-se então, através de pesquisas dos fundamentos da Lógica proposta como objeto de estudo, os métodos interpretativos que geram algoritmos próprios para aplicações diretas onde a maior parte do raciocínio considerado normal e aqueles que incluem inconsistências pode ser capturado pela lógica.

## **2. A Lógica Paraconsistente Anotada**

Lógica Clássica é conhecida também por Lógica Aristotélica e essa denominação é dada devido ao fato de se atribuir a Aristóteles e seus discípulos o primeiro estudo formal do raciocínio conceituando-se um sistema lógico. A importância da Lógica Clássica na história da humanidade se deve ao fato do conhecimento tecnológico atual estar sustentado pelos seus princípios. De forma geral, pode-se resumir que os três princípios centrais da lógica Clássica são: a lei da identidade, a lei da não-contradição e a lei do terceiro excluído. A lei da não-contradição expõe que nenhuma afirmação pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo e a lei do terceiro excluído diz que qualquer afirmação da forma \*P ou não-P\* é verdadeira. A aplicação da Lógica Clássica trouxe os avanços recentes e essas novas tecnologias criaram diferentes condições - limites para descrição de objetos de onde é possível a extração de informações importantes para a ação e controle de situações reais. E assim, as faixas de incerteza nas fronteiras que medem, classificam e descrevem formas, objetos e analisam as propriedades físicas, ficaram pequenas pela exigência de determinações cada vez mais precisas. Essas situações criaram cenários que não se enquadravam mais nas rígidas regras da Lógica Clássica exigindo formas complexas para o

tratamento adequado desses problemas. Esse fato obrigou a criação de linhas de pesquisas direcionando profundos estudos que culminaram com a instituição das Lógicas alternativas da Clássica. Com isso, foram surgindo novas Lógicas chamadas Lógicas Não-Clássicas, cujo objetivo era o estudo de como dar o tratamento adequado de situações como as indefinições e as inconsistências que não podem ser tratadas diretamente pela Lógica Clássica.

A Lógica Paraconsistente é uma lógica não clássica e surgiu dessas considerações, inicialmente, com os trabalhos do russo Nikolai A. *Vasil'ev* (1880-1940) em 1910 e do polonês *Jan Lukasiewicz* (1878-1956), que independentemente publicaram textos nos quais tratavam da possibilidade de uma Lógica que não eliminasse *ab initio* as contradições. Mais tarde em 1948, o lógico polonês *Stanislaw Jaskowski* formalizou com base na Lógica discursiva um cálculo proposicional paraconsistente denominado *Cálculo Proposicional Discursivo*. Nesta mesma época, independentemente, o lógico brasileiro Newton C. A. da Costa, desenvolveu, e vem desenvolvendo, vários Sistemas Paraconsistentes contendo todos os níveis lógicos usuais: *cálculo proposicional*, *cálculo de predicados*, *cálculo de predicados com igualdade*, *cálculo de descrições e linguagem de ordem superior* (na forma de teoria dos conjuntos).

A característica principal da Lógica Paraconsistente é a derrogação do princípio do meio excluído, pilar da lógica clássica, pois propõe admitir contradição em seus fundamentos sem trivialização. A partir dos resultados<sup>10</sup> de Da Costa a Lógica Paraconsistente<sup>11</sup> apareceu como um campo de pesquisa muito promissor, tanto numa perspectiva puramente

---

<sup>10</sup> A estes estudos, o filósofo peruano *Francisco Miró Quesada* em 1976, denominou-os de "paraconsistentes" originando daí o termo *Lógica Paraconsistente*.

<sup>11</sup> Estes dois cientistas, *S.Jaskowski* e *Newton C. A. da Costa*, são considerados pela comunidade científica mundial como os inventores da *Lógica Paraconsistente*.

teórica, como em aplicações diretas em áreas de Inteligência Artificial e Sistema de Computação.

## **2.1. Os Princípios Básicos da Lógica Paraconsistente**

De modo resumido, pode-se considerar que a Lógica Paraconsistente é sustentada pelos seguintes princípios teóricos:

- Dada uma teoria (dedutiva)  $T$ , assentada na lógica  $L$ , diz-se consistente se entre seus teoremas não existem tais, que um seja a negação do outro; em hipótese contrária,  $T$  denomina-se inconsistente. A teoria  $T$  chama-se trivial se todas as sentenças (fórmulas fechadas) de sua linguagem forem teoremas; se isto não ocorrer,  $T$  é não-trivial.

Se  $L$  for uma das lógicas comuns, como a clássica, a teoria  $T$  é trivial se e somente se for inconsistente.

A lógica  $L$  denomina-se Paraconsistente se puder funcionar como fundamento de teorias inconsistentes e não triviais. Isto significa que, uma Lógica Paraconsistente é aquela que se mostra capaz de manipular sistemas inconsistentes de informações sem a ocorrência de trivialização.

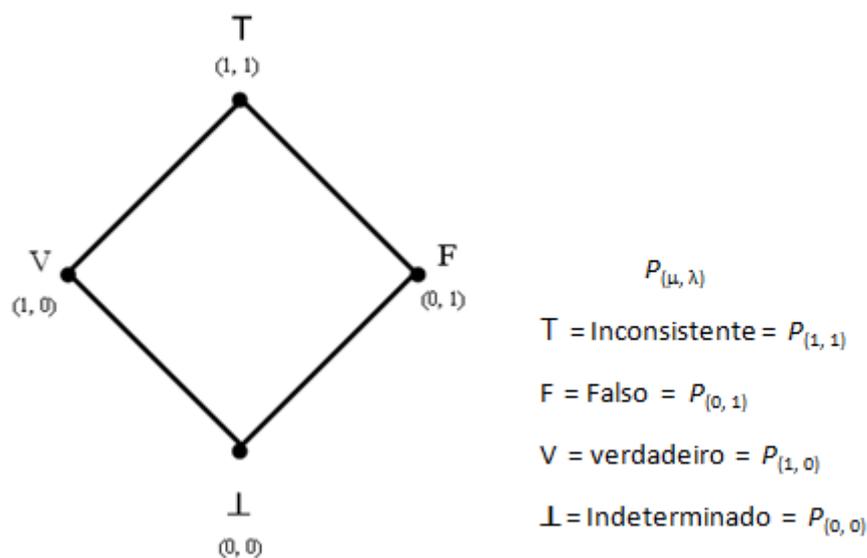
Neste trabalho, são apresentados os métodos de aplicações obtidos de interpretações dos fundamentos e conceitos de uma classe de lógica paraconsistente denominada de Lógica Paraconsistente Anotada de anotação com dois valores LPA2v. Para a utilização desse tipo de lógica em aplicações de robótica, sistemas especialistas e em sistemas de tomada de decisão foram criados algoritmos originados de um estudo no seu Reticulado

representativo cuja interpretação permitiu o devido equacionamento, conforme será visto a seguir.

## **2.2. Representação do Reticulado Associado à Lógica Paraconsistente Anotada**

Sabe-se que devido as suas rígidas leis binárias a presença de uma contradição na Lógica Clássica, trivializa qualquer teoria e como consequência fica impotente para manipular diretamente o conceito de inconsistência, o que a impossibilita de fazer um tratamento não trivial na presença de contradições. No entanto no mundo real, as inconsistências são importantes e não podem ser desprezadas porque são as informações contraditórias que trazem fatos relevantes modificando, às vezes, completamente o resultado da análise. A existência da inconsistência é que induz ao Sistema promover buscas procurando novas e esclarecedoras informações com consultas a outros informantes, para se obter uma conclusão mais real e confiável. A lógica Paraconsistente Anotada é capaz de manipular informações inconsistentes e pode ser representada através de um Reticulado cujas constantes de anotação representadas nos vértices darão conotações de estados lógicos extremos às proposições.

Pode-se obter uma representação sobre o quanto as anotações, ou evidências, expressam o conhecimento sobre uma proposição  $P$  utilizando um reticulado formado por pares ordenados, tal que:  $\tau = \{(\mu, \lambda) \mid \mu, \lambda \in [0, 1] \subset \mathfrak{R}\}$ . Neste caso, é fixado um operador:  $|\tau| \rightarrow |\tau|$ . O operador  $\sim$  constitui o “significado” do símbolo lógico de negação  $\neg$  do sistema que será considerado. Dessa forma um reticulado de quatro vértices associado à Lógica Paraconsistente Anotada de anotação com dois valores-LPA2v pode ser apresentado com os Graus de Evidência que compõem as anotações, tal como nisto na Figura I.



**Figura I** - Reticulado finito de *Hasse*

Como exemplificação, considere-se que as informações originadas da análise de dois especialistas sobre a saúde de um paciente vão compor a Anotação à proposição  $P \equiv$  “O paciente está acometido de pneumonia”. Pode-se adotar que o especialista 1 produza o valor referido ao Grau de Evidência favorável e o especialista 2 o valor referido ao Grau de Evidência desfavorável, de tal forma que as anotações para a análise são apresentadas como:

**Anotação 1** =  $(1, 0) \rightarrow$  .Para a anotação  $(1, 0)$ , a leitura intuitiva será “O paciente está acometido de pneumonia com evidência favorável total”. Frente a proposição  $P$  em análises isto estabelece um estado lógico *Verdadeiro*, visto que o especialista 1 apresenta para compor a anotação o Grau de Evidência favorável = 1 e o especialista 2 apresenta para compor a anotação o Grau de Evidência desfavorável = 0.

**Anotação 2** =  $(0, 1) \rightarrow$  .Para a anotação  $(0, 1)$ , a leitura intuitiva será “O paciente está acometido de pneumonia com evidência desfavorável total”. Frente a proposição  $P$  em análises isto estabelece um estado lógico *Falso*, visto que o especialista 1 apresenta para

compor a anotação o Grau de Evidência favorável = 0 e o especialista 2 apresenta para compor a anotação o Grau de Evidência desfavorável = 1.

**Anotação 3** = (1, 1) → .Para a anotação (1, 1), a leitura intuitiva será “O paciente está acometido de pneumonia com valores de evidência favorável e desfavorável totalmente contraditórios”. Frente a proposição  $P$  em análises isto estabelece um estado lógico *Inconsistente*, visto que o especialista 1 apresenta para compor a anotação o Grau de Evidência favorável = 1 e o especialista 2 apresenta para compor a anotação o Grau de Evidência desfavorável = 1.

**Anotação 4** = (0, 0) → .Para a anotação (0, 0), a leitura intuitiva será “O paciente está acometido de pneumonia com valores de evidência favorável e evidência desfavorável totalmente contraditórios” Frente a proposição  $P$  em análises isto estabelece um estado lógico *Paracompleto* ou *Indeterminado*, visto que o especialista 1 apresenta para compor a anotação o Grau de Evidência favorável = 0 e o especialista 2 apresenta para compor a anotação o Grau de Evidência desfavorável = 0.

Considerando sistemas físicos pode-se exemplificar o caso em que a proposição  $P$  seja do tipo “A partícula desloca-se com velocidade máxima” e cujas medições por dois especialistas originou a anotação (0,7; 0,2). Para essa anotação, tem-se que a sua negação lógica é (0,2; 0,7).

A leitura interpretativa de  $P_{(0,7; 0,2)} \leftrightarrow \neg P_{(0,2; 0,7)}$  será: “Crê-se que a partícula desloca-se com velocidade máxima com evidência favorável de até 70% e evidência desfavorável de até 20%” o que equivale a se dizer que não é o caso que “crê-se a partícula desloca-se com velocidade máxima com evidência favorável de até 20% e evidência desfavorável de até

70%”. A leitura indica que existe um operador natural definido sobre  $\tau$  que desempenha o papel da negação do conectivo da lógica anotada:

$$\sim: |\tau| \rightarrow |\tau, \sim(\mu, \lambda) = (\lambda, \mu).$$

Ainda nesse tipo de consideração, se a proposição é do tipo  $P \equiv$  “A partícula passou pelo ponto B” onde a anotação pode ser originada de informações de aparelhos de medição ou de visualização de observadores. A descrição do significado da sua negação lógica para cada anotação é do tipo:

$(1, 0) \rightarrow$  A leitura intuitiva da negação da proposição  $P_{(1,0)}$  é “creio que a partícula passou pelo ponto B com evidência favorável nula e evidência desfavorável total”.

$(1, 1) \rightarrow$  A leitura intuitiva da negação da proposição  $P_{(1,1)}$  é “creio que a partícula passou pelo ponto B com evidência favorável total e evidência desfavorável total”, ou seja, neste caso a negação de uma proposição inconsistente continua inconsistente.

$(0, 0) \rightarrow$  A leitura intuitiva da negação da proposição  $P_{(0,0)}$  é “creio que a partícula passou pelo ponto B com evidência favorável nula e evidência desfavorável nula”, ou seja, neste caso a negação de uma proposição paracompleta é ainda paracompleta.

$(0,5; 0,5) \rightarrow$  A leitura intuitiva da negação da proposição  $P_{(0,5;0,5)}$  é “creio que a partícula passou pelo ponto B com evidência favorável de até 50% e evidência desfavorável de até 50%”, ou seja, é a mesma conotação à proposição. Neste último caso tem-se uma crença indefinida e sua negação é a mesma proposição indefinida.

Pode-se exemplificar essa forma de raciocinar com a LPA2v através de outra proposição apresentada para análise do tipo:  $P \equiv$  “A experiência confirmou os resultados”. Considere

que especialistas opinaram a respeito e faça a descrição do significado da sua negação lógica para cada uma das anotações abaixo.

Para a anotação  $(0,9; 0,3) \rightarrow$  Significa que uma leitura intuitiva da negação da proposição  $P_{(0,9; 0,3)}$  é “crê-se que a experiência confirmou os resultados com evidência favorável de até 30% e evidência desfavorável de até 90%”.

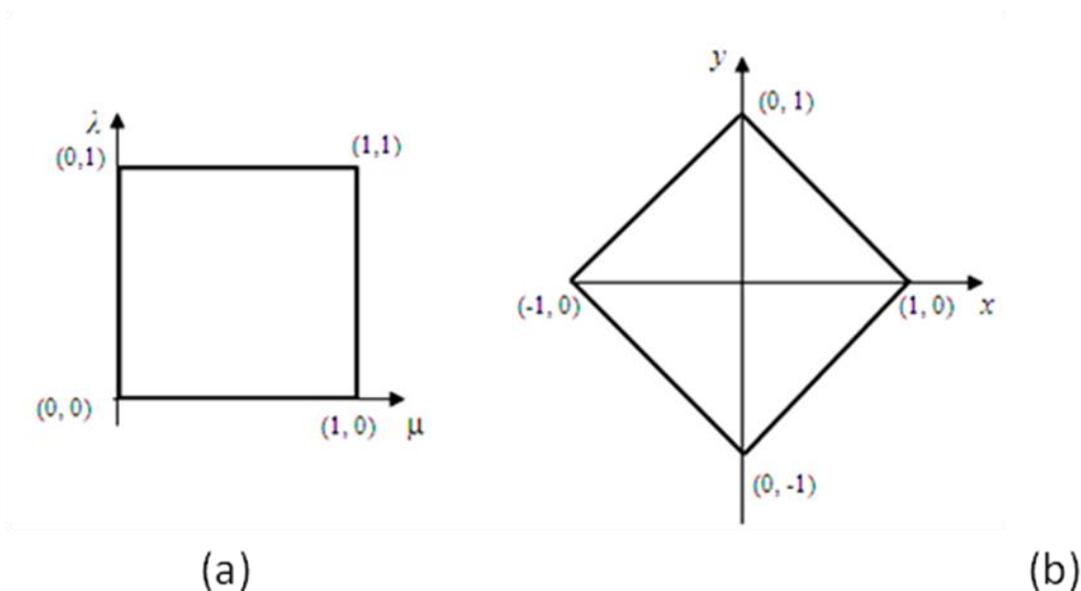
### **2.3. Interpretações Algébricas da LPA2v**

Para melhor representação de uma anotação, e também para efeitos de utilização prática do reticulado  $\tau$  no Tratamento de Incertezas, podem-se fazer algumas interpretações algébricas que envolvem um Quadrado Unitário no Plano Cartesiano QUPC e o Reticulado representativo da LPA2v.

Inicialmente, adota-se um sistema de coordenadas cartesianas para o plano, e assim as anotações de uma dada proposição  $P$  serão representadas por pontos do plano. Denominando-se de *Quadrado Unitário no Plano Cartesiano* (QUPC) o reticulado  $\tau$  com o sistema de coordenadas, como proposto na Figura II(a). Assim, associa-se T a  $(1, 1)$ ,  $\perp$  a  $(0, 0)$ , F a  $(0, 1)$  e V a  $(1, 0)$ . No QUPC os valores do Grau de evidência favorável  $\mu$  ficam expostos no eixo  $x$ , e os valores do Grau de evidência desfavorável  $\lambda$  no eixo  $y$ . Para cada sistema de coordenadas adotado as anotações compostas pelo Grau de evidência favorável  $\mu$  e Grau de evidência desfavorável  $\lambda$  de  $\tau$  são identificadas com diferentes pontos no plano. Sendo assim, no sistema da Figura II(a) certa anotação  $(\mu, \lambda)$  pode ser identificada com o ponto do plano em outro sistema. Como um sistema de coordenadas pode ser fixado para  $\tau$  define-se então transformações entre o Quadrado Unitário no Plano Cartesiano

QUPC e o Reticulado  $\mathcal{L}$ , que será o Reticulado  $\tau$  munido de um outro sistema de coordenadas.

Do mesmo modo como foi feito no QUPC, neste Reticulado  $\mathcal{L}$  podemos associar T a  $(0, 1)$ ,  $\perp$  a  $(0, -1)$ , F a  $(-1, 0)$  e V a  $(1, 0)$ . Dessa forma, o Reticulado pretendido  $\mathcal{L}$  será munido do seguinte sistema de coordenadas, tal como na Figura II(b).



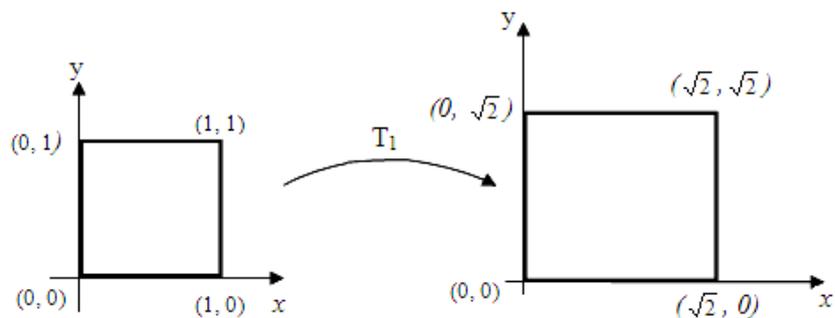
**Figura II** - (a) Quadrado Unitário no Plano cartesiano QUPC. (b) Reticulado  $\tau$  munido de um novo sistema de coordenadas

Para cada sistema de coordenadas adotado, as anotações  $(\mu, \lambda)$  de  $\tau$  são agora identificadas com diferentes pontos no plano. Poderemos então considerar mais um sistema de coordenadas que pode ser fixado para  $\tau$ . Definem-se então transformações entre QUPC e o reticulado  $\mathcal{L}$ . Desse modo,  $\mathcal{L}$  pode ser obtido a partir de QUPC através de três fases; mudança de escala, rotação e translação, conforme mostra a Figura III.

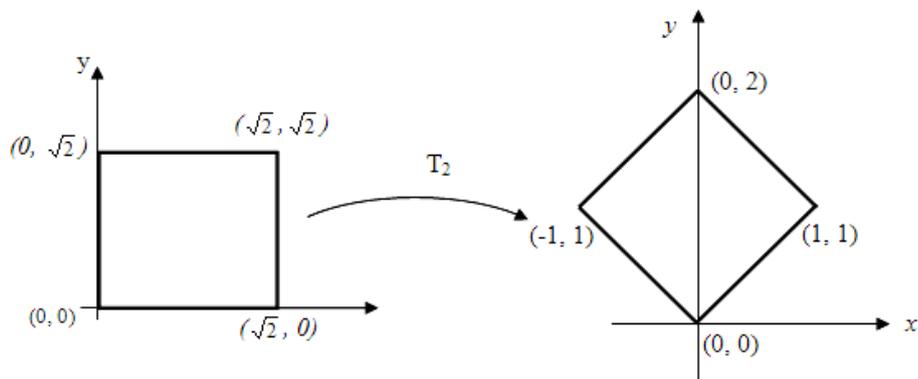
Fazendo a composição das três fases que geraram as transformações  $T_3 \theta T_2 \theta T_1$  obtém-se a transformação linear representada pela equação:

$$T(x, y) = (x-y, x+y-1) \quad (1)$$

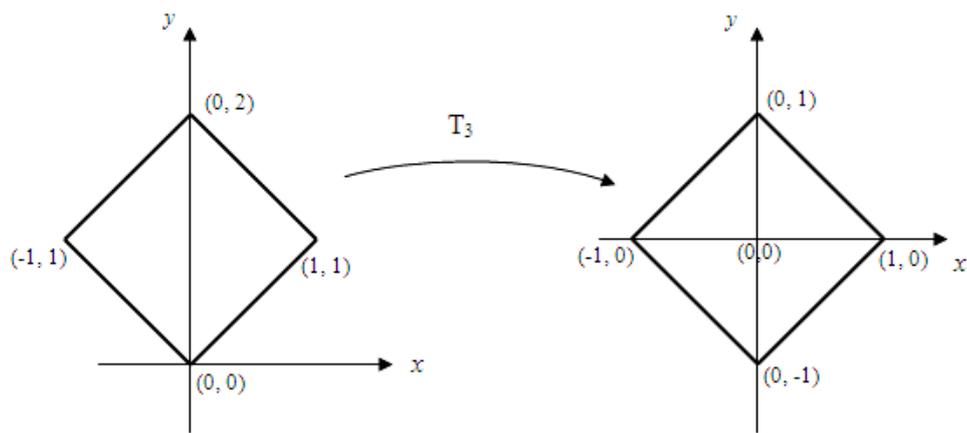
De posse da equação da transformação  $T(x, y)$  em (1) pode-se converter pontos de QUPC que representam anotações de  $\tau$  em pontos de  $\mathcal{L}$ , que também representam anotações de  $\tau$ .



1. Aumento da escala do QUPC de  $\sqrt{2}$



2. Rotação de  $45^\circ$  em relação a origem



3. Translação de valores entre QUPC e o Reticulado da LPA2v.

**Figura III** - Três fases de transformações para obtenção do Reticulado de valores da LPA2v

Relacionando os componentes da transformação  $T(x, y)$  conforme a nomenclatura usual da LPA2v, vem que:  $x = \mu$  Grau de Evidência favorável

$$y = \lambda \text{ Grau de Evidência desfavorável}$$

Do primeiro termo obtido no par ordenado da equação da transformação fica:

$x - y = \mu - \lambda$ , o qual denominamos de Grau de certeza  $G_C$ . Portanto, o Grau de certeza é obtido por:

$$G_C = \mu - \lambda \quad (2)$$

Seus valores, que pertencem ao conjunto  $\mathfrak{R}$ , variam no intervalo fechado +1 e -1, e estão no eixo horizontal do reticulado, o que se denomina de “Eixo dos graus de Certeza”. Quando  $G_C$  resultar em +1 significa que o estado lógico resultante da análise paraconsistente é *Verdadeiro*, e quando  $G_C$  resultar em -1 significa que o estado lógico resultante da análise é *Falso*. No segundo termo obtido no par ordenado da equação da

transformação temos:  $x+y-1 = \mu + \lambda -1$ , o qual se denomina de Grau de contradição  $G_{ct}$ .

Portanto, o Grau de Contradição é obtido por:

$$G_{ct} = \mu + \lambda - 1 \quad (3)$$

Seus valores, que pertencem ao conjunto  $\mathfrak{R}$ , variam no intervalo fechado +1 e -1, e estão no eixo vertical do reticulado, o que denominamos de “*Eixo dos graus de Contradição*”.

Quando  $G_{ct}$  resultar em +1 significa que o estado lógico resultante da análise paraconsistente é *Inconsistente*, e quando  $G_{ct}$  resultar em -1 significa que o estado lógico resultante da análise é *Indeterminado*.

#### **2.4. Os Estados Lógicos Paraconsistente**

Com os valores dos Graus de Certeza  $G_C$  e de Contradição  $G_{ct}$  formando a representação de resultados no Reticulado de valores podem-se fazer algumas considerações acerca de uma análise paraconsistente utilizando os conceitos fundamentais da LPA2v. Inicialmente tomam-se no eixo de horizontal ou de certeza, dois valores limites externos e arbitrários denominados:

$V_{scc} = \text{Valor superior de controle de certeza.}$

$V_{icc} = \text{Valor inferior de controle de certeza.}$

Estes dois valores determinarão na análise quando o Grau de Certeza resultante é alto o suficiente para que a Proposição analisada seja considerada como sendo totalmente *Verdadeira* ou totalmente *Falsa*. As tomadas de decisão em um Sistema de Análise Paraconsistente relacionadas ao eixo de certeza serão consideradas com base nas seguintes verificações:

a) O valor superior de controle de certeza  $V_{scc}$  vai dar a medida positiva mínima tolerável do estado lógico resultante *Verdadeiro*.

b) O valor inferior de controle de certeza  $V_{scc}$  vai dar a medida negativa mínima tolerável do estado lógico resultante *Falso*.

c) Valores entre a medida positiva do controle de certeza superior e negativa do controle de certeza inferior serão considerados *Indefinidos*.

Da mesma forma, tomam-se no eixo vertical ou de contradição, dois valores limites externos e arbitrários denominados de:

$$V_{sct} = \text{Valor superior de controle contradição}$$

$$V_{ict} = \text{Valor inferior de controle contradição.}$$

Estes dois valores determinarão o quando o valor do Grau de Contradição resultante da análise é alto, de tal forma que se pode considerar a Proposição totalmente Inconsistente ou totalmente Indeterminada.

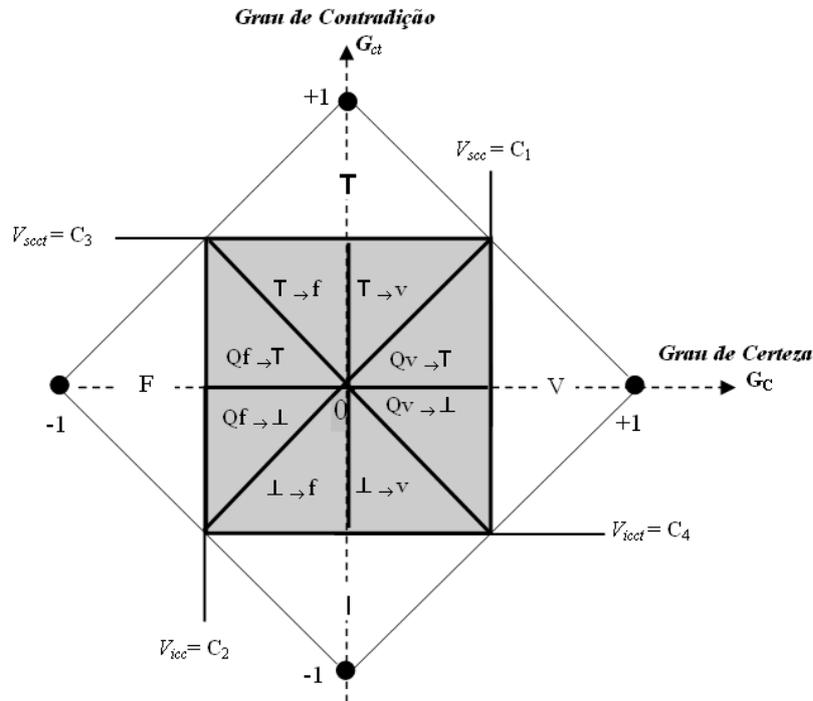
As tomadas de decisão em um Sistema de Análise Paraconsistente relacionadas ao eixo de contradição serão consideradas a partir das seguintes verificações:

a) O valor superior de controle de contradição  $V_{sct}$  vai fornecer a medida máxima positiva tolerável do estado lógico paraconsistente resultante *Inconsistente*.

b) O valor inferior de controle de contradição  $V_{ict}$  vai fornecer a medida máxima negativa tolerável do estado lógico paraconsistente resultante *Indeterminado*.

c) Valores acima da medida máxima positiva do valor superior do controle da contradição e abaixo da medida máxima negativa do valor inferior do controle de Contradição serão considerados *Indefinidos*.

Como exemplo, a Figura IV mostra uma representação do Reticulado da LPA2v construído com valores de Graus de Certeza  $G_C$  e de Contradição  $G_{ct}$ , seccionado em 12 regiões.



**Figura IV** - Representação do reticulado da LPA2v seccionado em 12 regiões delimitadas originando 12 estados lógicos resultantes

Nesta representação, verifica-se que além dos estados lógicos paraconsistentes conhecidos situados nos quatro vértices do reticulado, os quais são denominados de *estados lógicos paraconsistentes extremos*, cada um dos oitos estados lógicos internos (ou não-extremos) receberam uma nomeação e simbologia conforme a sua proximidade com os estados lógicos Paraconsistentes extremos dos vértices correspondentes.

Tem-se a seguir a representação dos quatro estados Lógicos Extremos e os oito Não-Extremos que compõem o reticulado com as suas denominações correspondentes onde os

estados Lógicos Extremos são:

$T \Rightarrow$ Inconsistente	$F \Rightarrow$ Falso
$\perp \Rightarrow$ Indeterminado	$V \Rightarrow$ Verdadeiro

e os estados Lógicos Não-Extremos:

$\perp \rightarrow f \Rightarrow$  Indeterminado tendendo ao Falso

$\perp \rightarrow v \Rightarrow$  Indeterminado tendendo ao Verdadeiro

$T \rightarrow f \Rightarrow$  Inconsistente tendendo ao Falso

$T \rightarrow v \Rightarrow$  Inconsistente tendendo ao Verdadeiro

$Qv \rightarrow T \Rightarrow$  Quase-verdadeiro tendendo ao Inconsistente

$Qf \rightarrow T \Rightarrow$  Quase-falso tendendo ao Inconsistente

$Qf \rightarrow \perp \Rightarrow$  Quase-falso tendendo ao Indeterminado

$Qv \rightarrow \perp \Rightarrow$  Quase- verdadeiro tendendo ao Indeterminado

Os valores das variáveis de entrada são representados por:

$\mu \Rightarrow$  Grau de Evidência favorável

$\lambda \Rightarrow$  Grau de Evidência desfavorável

e os valores relacionais:

$G_{ct} \Rightarrow$  Grau de Contradição, onde :  $G_{ct} = \mu + \lambda - 1$  com  $0 \leq \mu \leq 1$  e  $0 \leq \lambda \leq 1$

$G_C \Rightarrow$  Grau de Certeza, onde:  $G_C = \mu - \lambda$  com  $0 \leq \mu \leq 1$  e  $0 \leq \lambda \leq 1$

As variáveis de controle para recursos de otimização são:

$V_{scc} \Rightarrow$  Valor Superior de Controle de Certeza.

$V_{sct} \Rightarrow$  Valor Superior de Controle de Contradição.

$V_{icc} \Rightarrow$  Valor Inferior de Controle de Certeza.

$V_{ict} \Rightarrow$  Valor Inferior de Controle de Contradição.

Com todas as variáveis e valores relacionados ao reticulado associado à LPA2v é feita uma descrição entre as entradas e saídas envolvidas no processo de análise. Como resultado das várias sentenças descritivas é apresentado o algoritmo Para-Analisador para implementação em programa de computação.

### DESCRIÇÃO DO ALGORITMO PARA-ANALISADOR DA LPA2V

```

*/Definições dos valores*/
Vscc = C1      */ Definição do valor superior de controle de certeza*/
Vicc = C2      */ Definição do valor inferior de controle de certeza*/
Vscct = C3     */ Definição do valor superior de controle de Contradição*/
Vicct = C4     */ Definição do valor inferior de controle de Contradição*/

*/Variáveis de entrada */
μ          */ 0 ≤ μ ≤ 1 */
λ          */ 0 ≤ λ ≤ 1 */

*/Variáveis de saída*
Saída discreta = S1
Saída analógica = S2a
Saída analógica = S2b

*/Expressões matemáticas */
sendo:     Gct = μ + λ - 1
           GC = μ - λ

*/determinação dos estados Lógicos Extremos */
Se GC ≥ C1   então S1 = V
Se GC ≤ C2   então S1 = F
Se Gct ≥ C3  então S1 = T
Se Gct ≤ C4  então S1 = ⊥

*/determinação dos estados Lógicos Não-Extremos/
Para 0 ≤ GC < C1 e 0 ≤ Gct < C3
se GC ≥ Gct   então S1 = Qv → T
senão S1 = T → v
Para 0 ≤ GC < C1 e C4 < Gct ≤ 0
se GC ≥ |Gct| então S1 = Qv → ⊥
senão S1 = ⊥ → v
Para C2 < GC ≤ 0 e C4 < Gct ≤ 0
se |GC| ≥ |Gct| então S1 = Qf → ⊥
senão S1 = ⊥ → f
Para C2 < GC ≤ 0 e 0 ≤ Gct < C3
se |GC| ≥ Gct então S1 = Qf → T
senão S1 = T → f
           Gct = S2a
           Gct = S2b

```

**Figura V** - Descrição do Algoritmo Para-analisador

### **3. Aplicação do Algoritmo Para-Analisador**

Em um Sistema de Análise Paraconsistente as atribuições dos valores dos Graus de Evidência favorável  $\mu$  e desfavorável  $\lambda$  têm como objetivo oferecer uma resposta ao problema de sinais contraditórios. Isso é feito coletando evidências, e por meio de análises usando o Algoritmo Para-Analisador o Sistema procura modificar o seu comportamento para que a “intensidade” das contradições diminua. Em linhas gerais, um Sistema de Controle Paraconsistente que usa o Algoritmo Para-Analisador funciona basicamente da seguinte forma, no qual a análise paraconsistente é feita em três etapas:

#### **3. 1. O Sistema Recebe as Informações**

Essa é a etapa de extração de conhecimento. Geralmente estes valores vêm de sensores ou de especialistas por onde passaram por um processo de normalização, portanto as informações são dois valores variáveis e independentes:

- a) O Grau de Evidência favorável  $\mu$ , que é um valor real entre 0 e 1.
- b) O Grau de Evidência desfavorável  $\lambda$ , que é um valor real entre 1 e 0.

#### **3.2. O Sistema Faz o Processamento**

Essa é a etapa do tratamento de sinais. São utilizadas as equações:

- a)  $G_{ct} = \mu + \lambda - 1$  para encontrar o valor do Grau de Contradição
- b)  $G_C = \mu - \lambda$  para encontrar o valor do Grau de Certeza

### **3.3. O Sistema Conclui**

Essa é a etapa da apresentação dos resultados e informações para tomada de decisão.

Utiliza as condicionais:

- a) Se existir um alto Grau de Contradição então não existe certeza ainda quanto à decisão, portanto, devem-se buscar novas evidências.
- b) Se existir um baixo Grau de Contradição então se pode formular a conclusão, desde que exista um alto Grau de Certeza também.

Deve-se ter em conta que este alto Grau de Contradição e de Certeza pode ser negativo ou positivo, isto é, estes valores deverão ser considerados em módulo e os limites que definem o que é alto ou baixo é uma decisão que depende exclusivamente dos valores limites estabelecidos por ajustes externos.

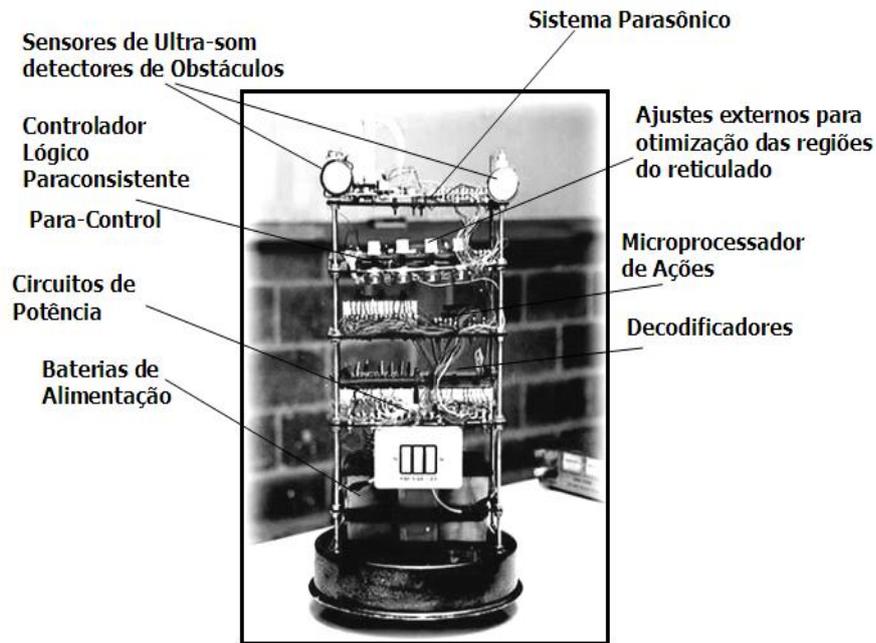
### **3.4 Sistema de Controle com o Algoritmo Para-Analisador**

O Sistema de Controle com o Algoritmo Para-Analisador foi primeiramente utilizado no controlador Lógico Paraconsistente do Robô móvel Autônomo *Emmy*<sup>12</sup>. Neste projeto elaborado em 1999 a análise paraconsistente gera as condições para tomada de decisão em relação aos desvios de obstáculos ao tráfego do robô por ambientes não-estruturados. O Sistema Paraconsistente do Robô para fazer a análise recebe dois valores: Graus de Evidência favorável  $\mu$  e Grau de Evidência desfavorável  $\lambda$ , com os quais calcula os valores dos Graus de Certeza  $G_C$  e dos Graus de Contradição  $G_{ct}$ . A partir dos resultados obtidos desses dois valores o Controlador Paraconsistente faz a determinação dos estados lógicos

---

<sup>12</sup> O nome *Emmy* foi dado em homenagem a grande cientista e matemática *Emmy Nöther* autora de grandes contribuições a Ciência.

representados pelas 12 regiões do reticulado. O Controlador paraconsistente irá captar informações sobre a presença de obstáculos na sua trajetória, é utilizado um circuito que transforma medidas de distância em valores de tensão elétrica através de dois sensores de ultra-som sincronizados por um microprocessador. O circuito dos sensores faz a captação e apresenta na saída dois sinais de tensão que variam de 0 a 5 volts. O sinal que representa o Grau de Evidência favorável  $\mu$  varia a amplitude da tensão elétrica proporcionalmente a distância do Robô ao obstáculo, e o sinal representativo do Grau de Evidência desfavorável  $\lambda$  tem variação da amplitude inversamente proporcional. Portanto, os dois sinais de informações representam os Graus de Evidência favorável  $\mu$  e de Evidência desfavorável  $\lambda$  referente à proposição “Existe Obstáculo à frente”. No controlador Lógico Paraconsistente os valores de  $\mu$  e  $\lambda$  são considerados como entradas e equacionados, resultando assim em Graus de Certeza  $G_C$  e de Contradição  $G_{ct}$  que são obtidos como valores analógicos. Também é gerada uma palavra binária composta de 12 dígitos. Na palavra binária cada dígito ativo corresponde ao estado lógico resultante Paraconsistente de saída. Com os valores dos Graus de Certeza e de Contradição calculados o Controlador seleciona um dos estados lógicos entre os 12 do reticulado como saída para a tomada de decisão. A Figura VI mostra o Robô *Emmy I*, o primeiro construído com essa técnica de controle lógico Paraconsistente.



**Figura VI** - Robô Móvel Autônomo *Emmy I* construído em 1999 – Destaques das suas partes construtivas

A tomada de decisão para desvio de obstáculo é feita com base nos resultados obtidos pelo Algoritmo Para-Analisador. Para Grau de Certeza próximo de +1 e Grau de Contradição próximo de 0 o ponto interpolado pelos dois valores está na região situada próximo do vértice que representa o estado lógico Verdadeiro. Portanto, a análise afirma que existe obstáculo a frente confirmando a Proposição. Nesse caso, a decisão é providenciar um desvio. Para Grau de Certeza próximo de -1 e Grau de Contradição próximo de 0 o ponto interpolado pelos dois valores está na região situada próximo do vértice que representa o estado lógico Falso. Portanto a análise afirma que não existe obstáculo a frente refutando a Proposição. Nesse caso, a decisão é providenciar para que o robô continue avançando. Quando, nas duas situações acima, o Grau de Contradição estiver com valores próximos de +1 ou -1 significa que o ponto de interpolação entre  $G_C$  e  $G_{ct}$  vai se situar em regiões distantes dos estados Verdadeiro e Falso, portanto a decisão é procurar diluir as

contradições fazendo o Robô avançar com maior lentidão ou desviar do obstáculo com ângulos de diferentes graus.

Pode-se exemplificar o equacionamento das aplicações da LPA2v em robótica conforme foi feito no Robô *Emmy* do seguinte modo: Se os Sensores de Ultra-som do Sistema de Controle do Robô *Emmy* que geram dois valores correspondentes a distância do Robô a determinado objeto apresentam os valores de Evidência, tais que:

$$\text{Grau de Evidência favorável} \Rightarrow \mu = 0,82 \quad \text{Grau de Evidência desfavorável} \Rightarrow \lambda = 0,37$$

E se a proposição em análise é  $P \equiv$  “Existe Obstáculo a frente” então o Algoritmo Para- Analisador com os valores limites ajustados em 0,5 irá gerar um Grau de Certeza  $G_C$ , e um Grau de Contradição  $G_{ct}$  que coloca o robô em um estado lógico Paraconsistente. Neste caso o Sinal lógico Paraconsistente é representado pela proposição e anotação tal que o símbolo é:  $P_{(0,73, 0,36)}$ . Da equação (3) se obtém o valor do Grau de Contradição que será:

$$G_{ct} = 0,82 + 0,37 - 1 \quad \rightarrow \quad G_{ct} = 0,19$$

Obtém-se o valor do Grau de Certeza que será:  $G_C = 0,82 - 0,37 \quad \rightarrow \quad G_C = 0,45$

Sendo:  $V_{scc} = C_1 = 0,5$  ;  $V_{icc} = C_2 = 0,5$  ;  $V_{sctt} = C_3 = 0,5$  e  $V_{ictt} = C_4 = 0,5$

E como:  $0 \leq G_C < C_1$  ( $0 \leq 0,45 < C_1$ ) e  $0 \leq G_{ct} < C_3$  ( $0 \leq 0,19 < C_3$ )

$$\text{e } G_C \geq G_{ct} \quad (0,45 \geq 0,19) \quad \text{então: } S_1 = Qv \rightarrow T$$

Portanto, o estado lógico Paraconsistente resultante é:

Quase-Verdadeiro tendendo ao Inconsistente representado pelo par:

$$\varepsilon_T(G_C, G_{ct}) \rightarrow \varepsilon_T(0,45 ; 0,19).$$

#### **4. Tratamento de Incertezas para Tomada de Decisão com a LPA2v**

Sistemas apoio à tomadas de decisão que tratam com o Conhecimento Incerto devem ser capazes de representar, manipular e comunicar dados considerados imperfeitos. Na aplicação da LPA2v os graus de evidências que alimentam os Sistemas de Tratamento de Incertezas são as informações valoradas originárias de várias fontes, ou de diferentes especialistas. Nessa análise, consideram-se duas fontes de informação que enviam para o Sistema de Análise sinais de evidência a respeito de certa proposição  $P_1$ , definidos como:

$\mu_1$  - Sinal enviado pela fonte de informação 1

$\mu_1 = \mu$  Grau de evidência favorável à proposição  $P$ .

$\mu_2$  - Sinal enviado pela fonte de informação 2

$1 - \mu_2 = \lambda$  Grau de evidência desfavorável à proposição  $P$ .

Para a análise paraconsistente deve-se considerar estas duas informações como anotações agregando-as à uma formula proposicional que resulta em um sinal paraconsistente do tipo  $P_{(\mu, \lambda)}$ .

##### **4.1. O Grau de Certeza Real**

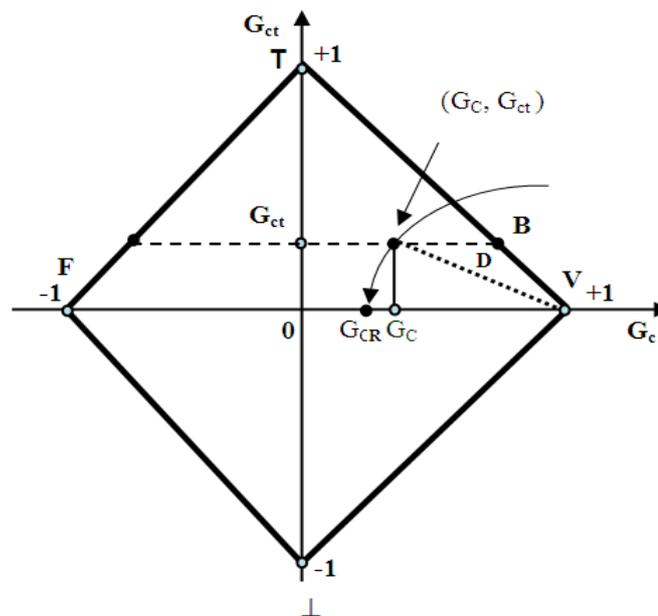
A análise no Reticulado da LPA2v permite que após o tratamento de informações incertas seja obtido um valor de Grau de Certeza atenuado pelo efeito causado pelas contradições. O valor do Grau de Certeza que considera-se isento do efeito provocado pelas contradições é denominado de Grau de Certeza Real  $G_{CR}$ .

Considerando que em uma análise paraconsistente os cálculos dos Graus de Certeza  $G_C$  e Graus de Contradição  $G_{ct}$  resultaram em valores positivos e que estão interpolados no

Reticulado em um ponto interno  $(G_C, G_{ct})$ , conforme a Figura VIII. A distância  $D$  da reta da figura que vai do ponto de máximo Grau de Certeza  $\mathbf{V}$ , representado no Vértice direito do reticulado, até ao ponto de interpolação  $(G_C, G_{ct})$ , é calculada por:

$$D = \sqrt{(1 - |G_C|)^2 + G_{ct}^2} \quad (8)$$

Projetando a distância  $D$  no eixo de valores de certeza se obtém o ponto cujo valor será considerado o Grau de Certeza Real  $G_{CR}$ . A Figura VII mostra essa condição onde se obtém o valor do Grau de Certeza Real  $G_{CR}$ .



**Figura VII** - Determinação do Grau de Certeza de valor resultante real -  $G_{CR}$  no reticulado da LPA2v

Se o Grau de Certeza  $G_C$  calculado pela equação (2) resultar em valor negativo, a distância  $D$  será obtida a partir do ponto de certeza  $\mathbf{F}$ , representado no vértice esquerdo do reticulado, até ao ponto de interpolação interno  $(-G_C, G_{ct})$ . Verifica-se que em qualquer ponto do

Reticulado de valores é possível a obtenção do Grau de Certeza Real  $G_{CR}$ . Os valores de  $G_{ct}$  negativo não modificam a forma de obtenção de  $G_C$ . Portanto, o valor do Grau de Certeza real  $G_{CR}$  é obtido a partir da determinação da distância  $D$  conforme as condições mostradas abaixo:

$$\text{Para } G_C > 0 \quad G_{CR} = 1 - \sqrt{(1 - |G_C|)^2 + G_{ct}^2} \quad (9)$$

$$\text{Para } G_C < 0 \quad G_{CR} = \sqrt{(1 - |G_C|)^2 + G_{ct}^2} - 1 \quad (10)$$

Para uma exemplificação dessa análise com valores pode-se considerar o caso onde duas fontes de informações enviam os seguintes valores de evidência:

$$\mu_1 = 0,86 \rightarrow \text{Grau de Evidência fornecida pela Fonte 1}$$

$$\mu_2 = 0,72 \rightarrow \text{Grau de Evidência fornecida pela Fonte 2}$$

Sendo  $\mu_1 = 0,86$  e  $\mu_2 = 0,72$  calcula-se então o Complemento de  $\mu_2$  para obtenção do valor do Grau de Evidência desfavorável:  $\lambda = 1 - 0,72 \rightarrow \lambda = 0,28$

Representa-se a anotação  $(\mu, \lambda)$  como:  $(0,86, 0,28)$

O Sinal lógico Paraconsistente fica representado:  $P_{(0,86, 0,28)}$

$$\text{Determina-se o Grau de Certeza } G_C: \quad G_C = 0,86 - 0,28 \rightarrow G_C = 0,58$$

$$\text{Determina-se o Grau de Contradição } G_{ct}: \quad G_{ct} = 0,86 + 0,28 - 1 \rightarrow G_{ct} = 0,14$$

$$\text{Calcula-se a distância } D \text{ pela equação (8): } D = \sqrt{(1 - |0,58|)^2 + 0,14^2}$$

Como o Grau de Certeza  $G_C$  é positivo determina-se o Grau de Certeza Real pela equação

$$(9): \quad G_{CR} = (1 - 0,4427188) \rightarrow G_{CR} = 0,5572812$$

O resultado da análise é agora representado com o valor do Grau de Certeza Real que oferece um valor quantitativo isento do efeito da contradição para tomada de decisão.

#### **4.2 Nó de Análise Paraconsistente - NAP**

Sistemas ou Nós de Análise paraconsistentes - NAPs são algoritmos extraídos da LPA2v capazes de serem interligados para compor redes de Análise de tomada de decisão com diferentes topologias. Nas redes de análise paraconsistente, os NAPs fazem tratamento de sinais de informação conforme os fundamentos da Lógica Paraconsistente. Com as suas entradas sendo alimentadas pelos Graus de Evidências retirados de base de dados de Conhecimento Incerto os NAPs utilizam as equações obtidas da metodologia da LPA2v e vão obtendo os Graus de Certeza real  $G_{CR}$ . Com isso o Grau de Certeza resultante da análise em cada saída do Nó é transformado em Grau de Evidência para outra proposição, da seguinte forma:

$$\mu_{ER} = \frac{G_{CR} + 1}{2} \quad (11)$$

onde:  $\mu_{ER}$  = Grau de Evidência resultante Real

$G_{CR}$  = Grau Certeza Real.

Como exemplo com valores na aplicação do NAP considera-se que um Nó de Análise Paraconsistente (NAP) esteja recebendo em suas duas entradas dois Graus de Evidência:

Grau de Evidência favorável  $\mu=0,79$

Grau de Evidência desfavorável  $\lambda=0,28$

Da equação (2) calcula-se o Grau de Certeza:  $G_C = 0,79 - 0,28 \rightarrow G_C = 0,51$

Da equação (3) calcula-se o Grau de Contradição  $G_{ct} = (0,79 + 0,28) - 1 \rightarrow G_{ct} = 0,07$

Como  $G_C > 0$  calcula-se o Grau de Certeza Real:  $G_{CR} = 1 - \sqrt{(1 - |0,51|)^2 + 0,07^2}$

$$G_{CR} = 1 - 0.4949747468 \rightarrow G_{CR} = 0,505025$$

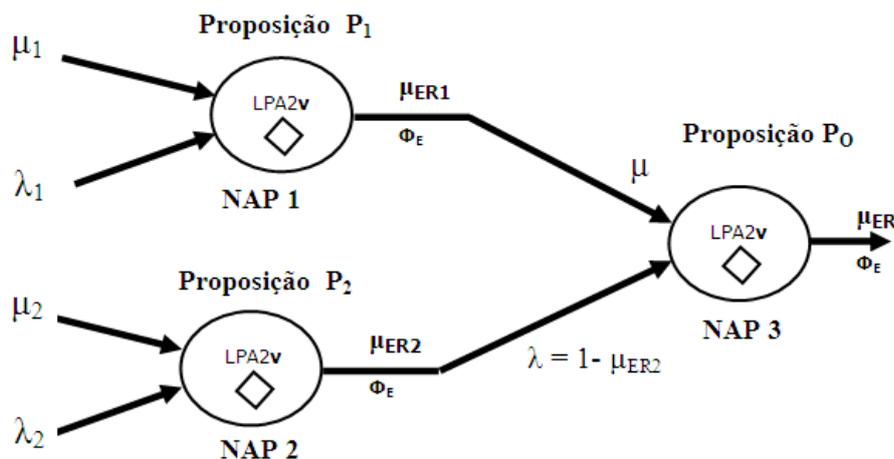
A partir do valor do Grau de Certeza Real calcula-se o valor do Grau de Evidência Real

pela equação (11):  $\mu_{ER} = \frac{0,505025 + 1}{2} \rightarrow \mu_{ER} = 0,7525126$

Com as equações obtidas pelas interpretações no Reticulado pode-se construir Algoritmo de Análise Paraconsistente que será utilizado em ferramenta computacional.

### **4.3. Redes de Análises Paraconsistentes (RAPs)**

Uma Rede de Análise Paraconsistente é construída de tal forma que cada NAP - Nó de Análise Paraconsistente efetua o tratamento de evidências relacionado a uma única Proposição. Uma modelagem deste tipo, a qual é denominada de Rede de Análise Paraconsistente de Configuração Simples pode ser visto na Figura VIII.



**Figura VIII** - RAP- Rede de Análise Paraconsistente em configuração Simples

Dessa forma é produzido como resultado um Grau de Evidência para outra proposição formando diversas topologias. Sendo assim, cada valor de  $\mu_{ER}$  obtido em cada um dos NAP será então utilizado como um sinal de entrada em outros NAPs para análise de outras proposições na Rede de decisão Paraconsistente.

A cada Algoritmo do NAP é adicionada a equação de normalização para obtenção do Grau de Evidência resultante. Dessa forma, uma Proposição P1, analisada no NAP1 produz um Grau de Evidência favorável  $\mu_{ER1}$ , e uma Proposição P2, analisada no NAP2, produz outro Grau de Evidência  $\mu_{ER2}$ . O processo seguinte é a escolha do Grau de Evidência resultante que será considerado como representante da evidência desfavorável. Neste caso foi escolhido o Grau de Evidência resultante da Proposição 2 para ser complementado, transformando-se em Grau de Evidência desfavorável  $\lambda$  para ser analisado no NAP final que trata da Proposição Objeto.

## **5. Conclusão**

Neste capítulo, foram apresentados os equacionamentos e alguns dos resultados obtidos por aplicações de métodos originados de pesquisas desenvolvidas nas duas últimas décadas no Brasil. Elas envolveram a Lógica Paraconsistente na sua forma estendida conhecida como Lógica Paraconsistente Anotada (LPA). Essa técnica propõe uma interpretação não somente filosófica da Lógica Paraconsistente Anotada, mas a traz para ser estudada sob a ótica da engenharia de forma que possa resultar em aplicações diretas em sistemas inteligentes para apoio à tomadas de decisão bem como em sistemas de controle de robôs e em outros campos do conhecimento humano. Desse modo, estudou-se a Lógica Paraconsistente Anotada fazendo interpretações de suas representações através de um Reticulado associado no qual foi gerado algoritmos para aplicações diretas em sistemas de Inteligência Artificial.

A metodologia apresentada neste trabalho utilizou os conceitos da Lógica Paraconsistente, mais precisamente a Lógica Paraconsistente Anotada com anotação de dois valores LPA<sub>2v</sub>, para obter o equacionamento de sinais originados de ambientes físicos que retratam situações reais através de valores de evidencia. A técnica apresentada permite aplicações diretas dos conceitos fundamentais da Lógica Paraconsistente em sistemas de tomada de decisão, controle que compõe os chamados sistemas inteligentes da área da Inteligência Artificial. Estas informações podem ser originadas de especialistas humanos, de sensores, de instrumentos ou de bancos de dados de Conhecimento Incerto, portanto, representantes de informações incertas e contraditórias.

Mostrou-se neste trabalho que através da Lógica Paraconsistente Anotada com anotação de 2 valores as informações consideradas incertas e contraditórias são representadas por anotações, cujos valores são analisados em um Reticulado representativo da lógica.

Através das análises feitas e interpretadas no Reticulado são obtidas equações simples facilitando a construção de algoritmos para elaboração de Redes de Análises que podem compor Sistemas de Raciocínio capazes de fazer tratamento de Incertezas. Os Algoritmos apresentados neste estudo são fundamentados na Lógica Paraconsistente e, portanto, concebidos para receber informações incertas e contraditórias, equacionar seus valores e apresentar resultados, sem quaisquer restrições para eventuais conflitos existentes nas informações. Na prática, os modelos paraconsistentes para tratamento de Incertezas são feitos combinando-se vários Nós de Análises Paraconsistentes (NAPs) formando robustos Sistemas de Análise de informações. Estas configurações já estão sendo aplicadas, principalmente para sistemas de decisão em redes de distribuição do setor elétrico onde os NAPs formam redes paraconsistente de decisão para apoio à operação no restabelecimento da rede após um desligamento inesperado. Diferentemente dos sistemas conhecidos a aplicação da LPA2v em Sistemas de decisão tem trazido várias vantagens pelo fato de que o peso do conflito das informações não inviabiliza as respostas, mas, através de uma nova abordagem, são feitos tratamentos nos dados conflitantes extraíndo-se daí as informações relevantes para as tomadas de decisão.

## **6. Referências Bibliográficas**

- [1] J. M. Abe, Fundamentos da Lógica Anotada, Tese de Doutorado FFLCH/USP - São Paulo, 1992.
  
- [2] R. Anand e V.S. Subrahmanian, “A Logic Programming System Based on a Six-Valued Logic” AAI/Xerox Second Intl. Symp. on Knowledge Eng. - Madri-Espanha, 1987.

[3] N.C.A. Da Costa, L.J. Henschen, J. J. Lu e V.S. Subrahmanian “Automatic Theorem Proving in Paraconsistent Logics: Theory and Implementation” Estudos Avançados- Coleção Documentos- IEA-USP, No03,18p., São Paulo, 1990.

[4] N.C.A. Da Costa, V.S. Subrahmanian e C. Vago, “ The Paraconsistent Logic PT ” Zeitschrift fur Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik, Vol.37, pp.139-148,1991.

[5] Reiter, R. A Logic for Default Reasoning. Artificial Intelligence 13, 1980, pp. 81-132.

[6] Pawlak, Z. Rough sets. International Journal of Computer and Information Sciences, 11(5), 1982, p. 341 356.

[7] Da Silva Filho, J.I. & Abe, J.M. Paraconsistent analyzer module, International Journal of Computing Anticipatory Systems, vol. 9, ISSN 1373-5411, ISBN 2-9600262-1-7, 346-352, 2001.

[8] Da Silva Filho, J.I. & Abe, J.M. Emmy: a paraconsistent autonomous mobile robot, in Logic, Artificial Intelligence, and Robotics, Proc. 2nd Congress of Logic Applied to Technology – LAPTEC’2001, ISSN 0922-6389, 53-61, 287p., 2001.

[9] Da Silva Filho, J.I. & Abe, J.M. Para-Control: An Analyzer Circuit Based On Algorithm For Treatment of Inconsistencies, Cybernetics and Informatics: Concepts and Applications (Part I), ISBN 9800775560, 199-203, Orlando, Florida, USA, 2001.

[10] Da Silva Filho, J.I. & Rocco, A. & Mario, M.C.& Ferrara, L.F.P. Annotated Paraconsistent Logic applied to Expert System Dedicated for Supporting in an Electric Power Transmission System Re-Establishment - IEEE Power Engineering Society - pp 2212-2220, ISBN-1-4244-0178-X-Atlanta USA-2006.

[11] Da Silva Filho, J.I., Abe, J.M. & Lambert-Torres, G. Inteligência Artificial com as Redes de Análises Paraconsistentes - Teoria e Aplicações Ed. LTC Rio de Janeiro, 2008.

[12] Da Silva Filho, J.I. Métodos de aplicações da Lógica Paraconsistente Anotada de anotação com dois valores LPA2v com construção de Algoritmo e Implementação de Circuitos Eletrônicos, Tese de Doutorado - EPUSP, São Paulo, 1999.

[13] E. Rich e K. Knigh, Artificial Intelligence, Mc Graw Hill, NY, 1983.

**João Inácio da Silva Filho** - É membro do Grupo de Lógica e Teoria da Ciência do IEA - Instituto de Estudos Avançados da Universidade de São Paulo e coordenador do GLPA - Grupo de Lógica Paraconsistente Aplicada. Doutorou-se em Engenharia Elétrica pela POLI/USP na área de Sistemas Digitais, em 1999 e concluiu mestrado em Microeletrônica pela mesma Instituição. Em 2009 fez seu Pós-doutoramento no INESC – Instituto de Engenharia de Sistemas e Computadores do Porto, em Portugal com trabalho relacionados a pesquisa de aplicação da Lógica Paraconsistente. Criador do primeiro Robô a funcionar com Controlador lógico Paraconsistente (Robô *Emmy*), atualmente se dedica as pesquisas sobre aplicações das Redes de Análises Paraconsistentes em Sistemas Especialistas e Robótica. Desde 26 de novembro de 2009 é membro do IHGS - Instituto Histórico e Geográfico de Santos onde ocupa a Cadeira 73, cujo patrono é Afonso D' Escragnolle Taunay.

## **Aplicações da Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial $E\tau$ em Robôs Móveis Autônomos**

Cláudio Rodrigo Torres

Universidade Metodista de São Paulo – UMESP  
Rua do Sacramento, 230, Rudge Ramos, São Bernardo do Campo - SP

### **Resumo**

Apresenta-se neste capítulo um Sistema de Navegação e Controle de Robôs Móveis Autônomos baseado na Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$  através da utilização das Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes. Esse sistema se divide em três módulos: Subsistema de Sensoriamento, Subsistema de Planejamento e Subsistema Mecânico. O funcionamento independente, mas, interligado, desses três módulos, constituem um robô móvel autônomo capaz de encontrar um ponto destino pré-determinado num ambiente não estruturado. Os resultados alcançados nos testes realizados nos Subsistemas de Sensoriamento e Planejamento mostram-se muito promissores, permitindo-os serem empregados com êxito em sistemas de navegação móvel autônoma.

**Palavras-chaves:** Lógica Paraconsistente Anotada, Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes, Sistema de Controle, Sistema Inteligente e Robô Móvel Autônomo.

## **Abstract**

This chapter presents a Navigation and Control System of an Autonomous Mobile Robot based on the Evidential Paraconsistent Annotated Logic E $\tau$  through the use of the Paraconsistent Artificial Neural Network. This system is divided in three modules: Sensing Subsystem, Planning Subsystem and Mechanical Subsystem. The independent but interconnected functioning of these three modules makes an autonomous mobile robot able to find a predetermined point in a non-structured environment. The results reached by the Sensing Subsystem and the Planning Subsystem seems to be promising, allowing them to be used in autonomous mobile navigation systems.

**Keywords:** Paraconsistent Annotated Logic, Paraconsistent Artificial Neural Network, Control System, Intelligent System and Autonomous Mobile Robot.

## **1. Introdução**

Apresenta-se neste trabalho o sistema de navegação e controle de um robô móvel autônomo. Esse sistema divide-se em três partes: Subsistema de Sensoriamento, Subsistema de Planejamento e Subsistema Mecânico. O sistema de navegação e controle composto por estes três subsistemas permite a um robô móvel autônomo encontrar uma posição destino em um ambiente não estruturado.

As ideias aqui apresentadas estendem estudos do Robô Móvel Autônomo Emmy I [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8] e do Robô móvel Autônomo Emmy II [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16], [17], [18]. O robô Emmy I é capaz de desviar de obstáculos num ambiente

não estruturado e seu controle se baseia na Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$ . O robô Emmy II possui, basicamente, as mesmas características que o robô Emmy I, mas sua estrutura mecânica é mais compacta e seu sistema de controle possui algumas diferenças em relação ao robô Emmy I. O sistema de navegação e controle proposto neste texto deve ser utilizado na construção do Robô Móvel Autônomo Emmy III [19], [20], [21].

Neste item apresentam-se, sucintamente, os elementos que compõem o sistema de navegação e controle. A parte nuclear deste trabalho é composta pelos Subsistemas de Sensoriamento e de Planejamento do robô, descritos nos itens 5 e 6, respectivamente.

Um robô móvel autônomo deve ser capaz de se locomover num ambiente não estruturado. O projeto de um robô com estas características é uma típica situação em que se deve lidar com contradições (inconsistências), incertezas ou paracompletezas. Os Sistemas Inteligentes tradicionais são usualmente baseados na lógica clássica ou em algumas de suas extensões. E, em certas situações, quando se defronta com incertezas, contradições (inconsistência) ou paracompletezas, muitas vezes algumas simplificações ou adaptações são necessárias para que o sistema continue funcionando, podendo torná-lo complexo ou, paradoxalmente, ineficiente.

O projeto proposto tem como base a Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$ . A utilização deste tipo de lógica permite se lidar com sinais elétricos que expressam situações incertas, contraditórias ou paracompletas de forma não trivial.

## **2. Descrição Geral do Sistema de Navegação e Controle Proposto**

O Sistema de Navegação e Controle divide-se em três partes: Subsistema Mecânico, Subsistema de Planejamento e Subsistema de Sensoriamento.

Chama-se de Subsistema Mecânico a estrutura física do robô. Essa estrutura deve ser capaz de carregar todos os sensores e dispositivos de controle que compõe o Sistema de navegação e Controle. O Subsistema Mecânico deve ser capaz de fornecer as informações necessárias para que o Sistema de Navegação e Controle funcione adequadamente, além de executar os movimentos determinados pelo Subsistema de Planejamento.

O primeiro protótipo do robô proposto, ainda em construção, compõe-se, basicamente, de uma placa metálica com dimensão de 400 mm de largura e 400 mm de comprimento. Três rodas suportam essa estrutura, sendo uma livre e as outras duas conectadas a servomotores. Os servomotores instalados na base são responsáveis pela movimentação do robô.

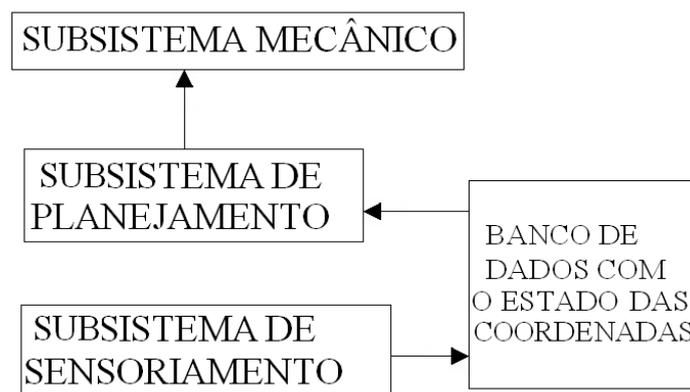
O Subsistema de Planejamento é responsável por gerar a sequência de ações que a estrutura mecânica deve realizar para sair de uma posição origem e alcançar uma posição destino. Neste trabalho considera-se que o Subsistema de Planejamento mapeia o ambiente em torno do robô, dividindo-o em coordenadas. Assim, no Sistema de Navegação e Controle o Subsistema de Sensoriamento é responsável por informar o Sistema de Planejamento quais coordenadas estão obstruídas.

O Subsistema de Planejamento solicita uma série de ações ao Subsistema Mecânico de tal forma que a plataforma mecânica seja capaz de deixar a coordenada onde se encontra e passando, por diversas outras coordenadas, alcance a coordenada destino.

Nessas ações o Subsistema de Sensoriamento deve manipular dados oriundos dos mais

diversos tipos de sensores que monitoram o ambiente em torno do robô. Esses dados, muitas vezes, são imprecisos e/ou contraditórios, devendo receber um tratamento adequado em tempo real. Em diversos trabalhos como em [22], [23], [24], [25], [26], [27], [28], [29], [30], [31] a Lógica Paraconsistente Evidencial  $E\tau$  e as Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes se mostram uma boa ferramenta para lidar com incertezas, contradições (inconsistência) ou paracompletezas. Por isso, neste trabalho elas são utilizadas para compor o Subsistema de Sensoriamento e o Subsistema de Planejamento.

A Figura I mostra a estrutura do sistema de controle e navegação proposto.



**Figura I** - Estrutura do sistema de controle e navegação proposto

Observa-se que o esquema geral do Sistema de Navegação e Controle utiliza o Subsistema de Sensoriamento para alimentar um banco de dados com as informações sobre as condições do ambiente em torno do robô. Para cada coordenada, o banco de dados armazena informações sobre o seu estado, informando se a mesma está ocupada ou não.

Por sua vez, o Subsistema de Planejamento, antes de gerar a sequência de ações que o Subsistema Mecânico deve executar para alcançar a posição destino, consulta o banco de dados. Assim, ele é capaz de gerar e informar ao Sistema de Navegação e Controle uma trajetória que desvia dos obstáculos existentes no ambiente em torno do robô.

### **3. Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial $E\tau$**

Antes de apresentar a estrutura da Rede Neural Artificial Paraconsistente utilizada no Subsistema de Sensoriamento e Planejamento, necessita-se apresentar os conceitos básicos da Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$  e das Células Neurais Artificiais Paraconsistentes.

A Lógica Paraconsistente, nos padrões de rigor atuais, surgiu em 1948, com o lógico polonês *STANISŁAW JAŚKOWSKI* (1906 – 1965) e com o lógico brasileiro Newton Carneiro Affonso da Costa em 1954 (nascido em 1929), que de forma independente apresentaram as primeiras ideias da Lógica Paraconsistente. A Lógica Paraconsistente permite trabalhar com contradições de forma não trivial.

Em [32] apresentou-se pela primeira vez uma linguagem de programação baseada na Lógica Paraconsistente.

Em 1992 foi estudada a Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$  [33], [34], [35], [36], [37], [38], [39], [40], [41], [42], [43], [44], [45], [46], [47]. Os conceitos das Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes [48], [49] se baseiam nessa lógica.

Na Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$ , para cada proposição  $P$  associa-se um Grau de Evidência Favorável ( $\mu$ ) (ou crença favorável ou ainda outras leituras dependendo da aplicação) e um Grau de Evidência Contrária ( $\lambda$ ). Os Graus de Evidência são valores reais entre 0 e 1 que denotam, no caso do Grau de Evidência Favorável, a crença ou a evidência de que a proposição  $P$  seja verdadeira. E no caso do Grau de Evidência Contrária o intervalo real fechado entre 0 e 1 denota a descrença ou a evidência de que a proposição  $P$  não seja verdadeira.

Define-se o Grau de Certeza como:

$$G_c = \mu - \lambda \quad (1)$$

Também, define-se o Grau de Contradição da seguinte maneira:

$$G_{ct} = (\mu + \lambda) - 1 \quad (2)$$

Dependendo dos valores dos Graus de Evidência podem-se ter quatro estados extremos: verdadeiro, falso, inconsistente e paracompleto.

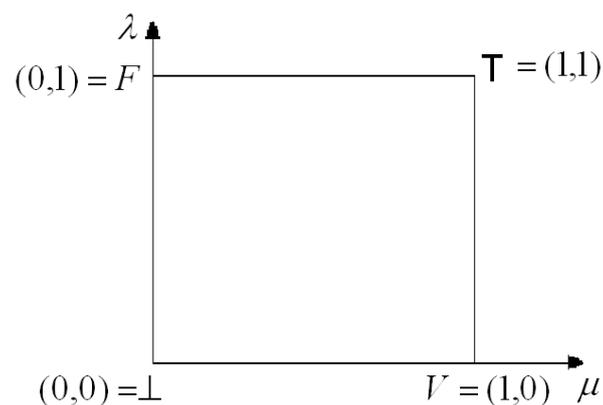
O estado verdadeiro (V) acontece quando  $\mu = 1,0$  e  $\lambda = 0,0$ .

O estado falso (F) acontece quando  $\mu = 0,0$  e  $\lambda = 1,0$ .

O estado inconsistente (T) acontece quando  $\mu = 1,0$  e  $\lambda = 1,0$ .

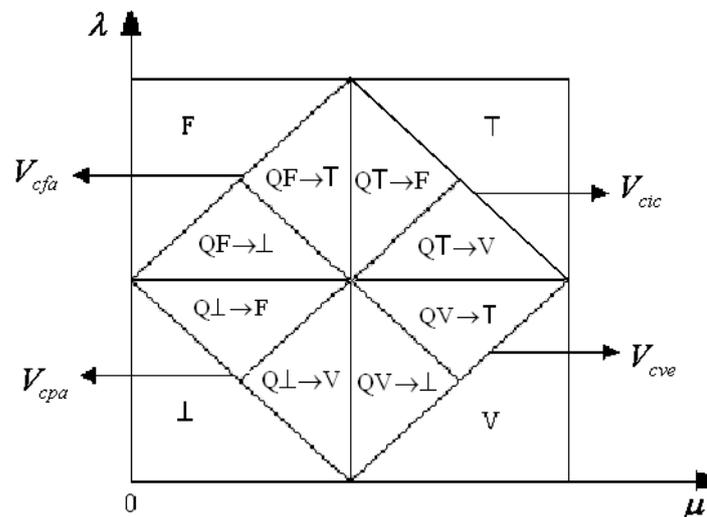
O estado paracompleto ( $\perp$ ) acontece quando  $\mu = 0,0$  e  $\lambda = 0,0$ .

A Figura II mostra graficamente os estados acima descritos.



**Figura II** - Representação gráfica dos estados extremos

Os conceitos das Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes [49], têm origem no Algoritmo Paranalizador proposto em [1], [50], [51], [52]. A Figura III apresenta graficamente o Algoritmo Paranalizador.



**Figura III** - Algoritmo paranalizador

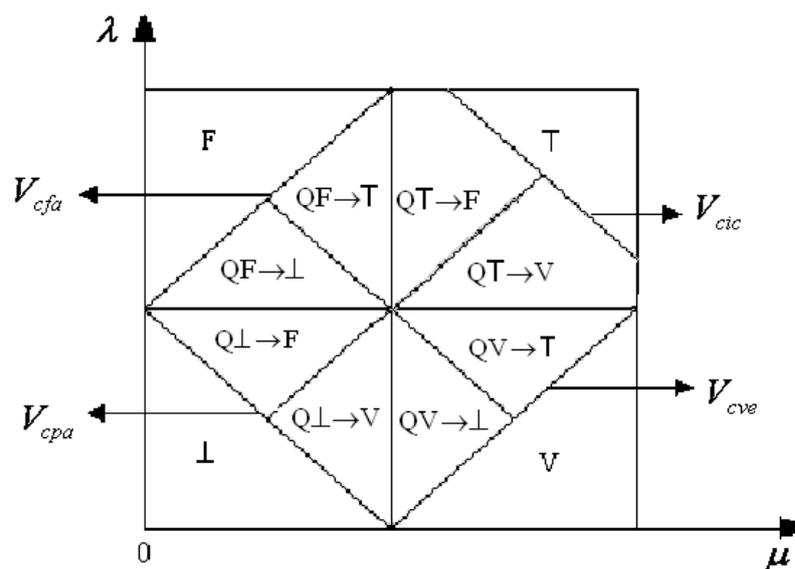
Observa-se, então, que com o Algoritmo Paranalizador, além dos quatro estados extremos, é possível se determinar mais oito estados não extremos. São eles:

- $QV \rightarrow T$  - Quase-verdadeiro tendendo ao inconsistente.
- $QV \rightarrow \perp$  - Quase-verdadeiro tendendo ao paracompleto.
- $QF \rightarrow T$  - Quase-falso tendendo ao inconsistente.
- $QF \rightarrow \perp$  - Quase-falso tendendo ao paracompleto.
- $QT \rightarrow V$  - Quase-inconsistente tendendo ao verdadeiro.
- $QT \rightarrow F$  - Quase-inconsistente tendendo ao falso.
- $Q\perp \rightarrow V$  - Quase-paracompleto tendendo ao verdadeiro.
- $Q\perp \rightarrow F$  - Quase-paracompleto tendendo ao falso.

No Algoritmo Paranalizador também existem quatro valores de controle externos:

- $V_{cve}$  – Valor de controle de veracidade,  $0 \leq V_{cve} \leq 1$
- $V_{cfa}$  – Valor de controle de falsidade,  $-1 \leq V_{cfa} \leq 0$
- $V_{cic}$  – Valor de controle de inconsistência,  $0 \leq V_{cic} \leq 1$
- $V_{cpa}$  – Valor de controle de paracompleteza,  $-1 \leq V_{cpa} \leq 0$

O tamanho das regiões que representam os estados extremos e não extremos no Algoritmo Paranalizador dependem desses valores de controle externos. A Figura IV mostra o Algoritmo Paranalizador quando, por exemplo, se varia  $V_{cic}$ .



**Figura IV** - Algoritmo paranalizador com uma mudança em  $V_{cic}$

#### **4. Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes**

O sistema de navegação e controle proposto neste trabalho utiliza as Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes como base. Assim, neste item, descreve-se o funcionamento

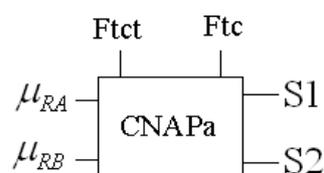
dessas redes. O entendimento dos conceitos apresentados no item anterior, onde se apresentou a Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$ , é fundamental para o entendimento do funcionamento das Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes.

#### **4.1. Células Neurais Artificiais Paraconsistentes**

Existem diversos tipos de Células Neurais Artificiais Paraconsistentes. As Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes existentes nos Subsistemas de Sensoriamento e Planejamento utilizam a Célula Neural Artificial Paraconsistente Analítica - CNAPa, a Célula Neural Artificial Paraconsistente de Passagem - CNAPpa e a Célula Neural Artificial Paraconsistente de Conexão Lógica Simples no Processo de Maximização (OU) - CNAPmax. Assim, apenas essas três células são descritas nos próximos itens.

##### **4.1.1. Célula Neural Artificial Paraconsistente Analítica - CNAPa**

Basicamente a Célula Neural Artificial Paraconsistente Analítica - CNAPa recebe como entrada dois valores de graus de evidência e gera como saída um grau de evidência resultante –  $\mu_E$ . A Figura V mostra a representação gráfica dessa célula.



**Figura V** - Célula neural artificial paraconsistente analítica - CNAPa

Os graus de evidência de entrada são:

$$\mu_{RA}, \text{ tal que: } 0 \leq \mu_{RA} \leq 1.$$

$$\mu_{RB}, \text{ tal que: } 0 \leq \mu_{RB} \leq 1.$$

Existem, também, dois valores de controle de entrada. São eles:

$$\text{Fator de Tolerância à Contradição} - Ft_{ct}, \text{ tal que: } 0 \leq Ft_{ct} \leq 1.$$

$$\text{Fator de Tolerância à Certeza} - Ft_c, \text{ tal que: } 0 \leq Ft_c \leq 1.$$

A Célula Neural Artificial Paraconsistente Analítica – CNAPa possui duas saídas.

Na saída 1 (S1) têm-se o Grau de Evidência Resultante -  $\mu_E$ .

$$\mu_E, \text{ tal que: } 0 \leq \mu_E \leq 1.$$

Na saída 2 (S2) têm-se o Intervalo de Evidência Resultante -  $\varphi_E$ .

$$\varphi_E, \text{ tal que: } 0 \leq \varphi_E \leq 1.$$

A Célula Neural Artificial Paraconsistente Analítica calcula o Valor de Controle de Veracidade -  $V_{cve}$ , o Valor de Controle de Falsidade -  $V_{cfa}$ , o Valor de Controle de Inconsistência -  $V_{cic}$  e o Valor de Controle de Paracompleteza -  $V_{cpa}$  da seguinte forma:

$$V_{cve} = \frac{1 + Ft_c}{2} \quad (3)$$

$$V_{cfa} = \frac{1 - Ft_c}{2} \quad (4)$$

$$V_{cic} = \frac{1 + Ft_{ct}}{2} \quad (5)$$

$$V_{cpa} = \frac{1 - Ft_{ct}}{2} \quad (6)$$

O Grau de Evidência Resultante -  $\mu_E$ , se determina da seguinte forma:

$$\mu_E = \frac{G_c + 1}{2}$$

Como  $G_c = \mu - \lambda$ , pode-se afirmar que:

$$\mu_E = \frac{\mu - \lambda + 1}{2} \quad (7)$$

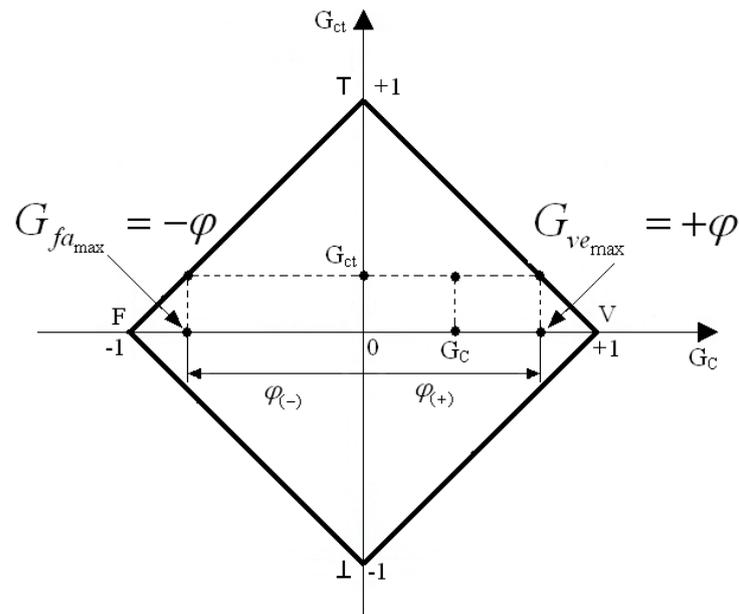
Chama-se de Intervalo de Certeza ( $\varphi$ ) o intervalo de valores do Grau de Certeza ( $G_C$ ) que podem variar sem alterar o valor do Grau de Contradição ( $G_{ct}$ ). Determina-se esse valor da seguinte forma:

$$\varphi = 1 - |G_{ct}| \quad (8)$$

O Grau de Veracidade Máximo ( $G_{ve_{max}}$ ) é o próprio valor máximo positivo do Intervalo de Certeza, ou seja,  $G_{ve_{max}} = +\varphi$ .

O Grau de Falsidade Máximo ( $G_{fa_{max}}$ ) é o valor máximo negativo do Intervalo de Certeza, portanto,  $G_{fa_{max}} = -\varphi$ .

A Figura VI mostra a ideia acima exposta.



**Figura VI** - Representação no reticulado dos máximos valores de graus de certeza com grau de contradição constante

A CNAPa calcula o valor do Grau de Contradição Normalizado –  $\mu_{ctr}$ , que é determinado da seguinte forma:

$$\mu_{ctr} = \frac{G_{ct} + 1}{2} \quad (9)$$

Como  $G_{ct} = (\mu + \lambda) - 1$ , podemos afirmar que:

$$\mu_{ctr} = \frac{(\mu + \lambda - 1) + 1}{2}$$

$$\mu_{ctr} = \frac{\mu + \lambda}{2} \quad (10)$$

Encontra-se o Intervalo de Certeza através da equação (8) repetida abaixo.

$$\phi = 1 - |G_{ct}|$$

A partir da equação (9) pode-se afirmar que:

$$G_{ct} = 2\mu_{ctr} - 1 \quad (11)$$

Assim, para se encontrar o valor do Intervalo de Evidência Resultante ( $\varphi_E$ ), substitui-se a equação (11) em (8), portanto:

$$\varphi_E = 1 - |2\mu_{ctr} - 1| \quad (12)$$

Define-se o Intervalo de Evidência Resultante Sinalizado  $\varphi_{E(\pm)}$  como sendo o valor de  $\varphi_E$  considerando a sinalização do Grau de Contradição ( $G_{ct}$ ). Assim, quando  $\mu_{ctr} > 0,5$ , situação ocorrida quando  $G_{ct} > 0$ , têm-se  $\varphi_{E(\pm)} = \varphi_{E(+)}$ .

Da mesma forma, quando  $\mu_{ctr} < 0,5$ , situação ocorrida quando  $G_{ct} < 0$ , têm-se  $\varphi_{E(\pm)} = \varphi_{E(-)}$ .

Portanto, o valor do Grau de Contradição Normalizado pode ser encontrado a partir do Intervalo de Evidência Resultante Sinalizado através das seguintes equações:

$$\text{Se } \varphi_{E(\pm)} = \varphi_{E(+)}, \mu_{ctr} = \frac{1 + (1 - \varphi_E)}{2} \quad (13)$$

$$\text{Se } \varphi_{E(\pm)} = \varphi_{E(-)}, \mu_{ctr} = \frac{1 - (1 - \varphi_E)}{2} \quad (14)$$

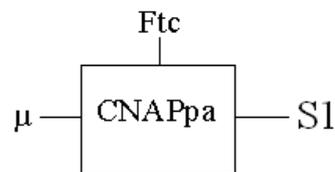
A saída 2 sempre assume o valor de  $\varphi_E$ .

Já a saída 1 assume o valor de  $\mu_E$  quando a seguinte condição é verdadeira:

$V_{cic} > \mu_{ctr} > V_{cpa}$  e  $\neg (V_{cve} \leq \mu_E)$  ou  $(\mu_E \leq V_{cfa})$ . Caso contrário, a saída 1 assume 0,5.

#### 4.1.2. Célula Neural Artificial Paraconsistente de Passagem - CNAPpa

A Célula Neural Artificial Paraconsistente de Passagem - CNAPpa recebe como entrada um grau de evidência e possui como saída o valor desse mesmo grau de evidência. Mas, através do ajuste do Fator de Tolerância à Certeza, que é uma entrada de controle da célula, é possível limitar o valor da saída - S1. A Figura VII mostra a representação gráfica da Célula Neural Artificial Paraconsistente de Passagem.



**Figura VII** - Representação gráfica da célula neural artificial paraconsistente de passagem - CNAPpa

Representa-se o grau de evidência por  $\mu$ , tal que:  $0 \leq \mu \leq 1$ .

O Fator de Tolerância à Certeza -  $Ft_c$  é uma entrada de controle, tal que:  $0 \leq Ft_c \leq 1$ .

A CNAPpa calcula o Valor de Controle de Veracidade e o Valor de Controle de Falsidade conforme as equações (3) e (4) repetidas abaixo:

$$V_{cve} = \frac{1 + Ft_c}{2}$$

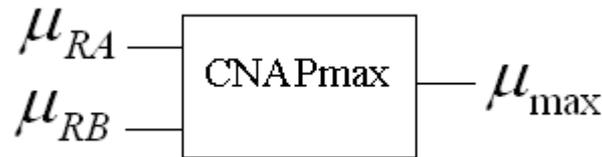
$$V_{cfa} = \frac{1 - Ft_c}{2}$$

A saída da CNAPpa é o Grau de Evidência Resultante, determinado conforme a equação (7).

A saída da CNAPpa assume o valor do Grau de Evidência Resultante -  $\mu_E$  quando se satisfaz a condição:  $(V_{cve} \leq \mu_E)$  ou  $(\mu_E \leq V_{cfa})$ . Caso contrário,  $\mu_E$  vale 0,5.

### 4.1.3. Célula Neural Artificial Paraconsistente de Conexão Lógica Simples no Processo de Maximização (OU)

A Figura VIII mostra a representação gráfica de uma Célula Neural Artificial Paraconsistente de Conexão Lógica Simples no Processo de Maximização (OU). Essa célula coloca na saída -  $\mu_{\max}$  o maior valor entre os dois valores de entrada,  $\mu_{RA}$  e  $\mu_{RB}$ .



**Figura VIII** - Representação gráfica da célula neural artificial paraconsistente de conexão lógica simples no processo de maximização (OU)

A Célula Neural Artificial Paraconsistente de Conexão Lógica Simples no Processo de Maximização (OU) determina o valor do Grau de Evidência Favorável pela equação (7).

Sendo que  $\mu = \mu_{RA}$  e  $\lambda = \mu_{RB}$ .

Caso  $\mu_E \geq 0,5$ , conclui-se que a entrada  $\mu_{RA}$  é a maior, portanto, a saída assume o valor de  $\mu_{RA}$ . Caso contrário, a saída assume o valor  $\mu_{RB}$ .

## 5. Robôs Móveis Autônomos Baseados na Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial $E\tau$

Descrevem-se mais detalhadamente a seguir os robôs móveis autônomos Emmy I e Emmy II. Eles serviram de inspiração para o sistema de navegação e controle proposto neste texto.

### **5.1. Robô Móvel Autônomo Emmy I**

O robô móvel autônomo Emmy I consiste de uma plataforma móvel de alumínio de formato circular de 30 cm de diâmetro e 60 cm de altura. O robô foi projetado em módulos sobrepostos separados por função no sistema de controle, facilitando a visualização da ação de cada módulo no controle de movimentação do robô [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8].

Na movimentação do robô Emmy I num ambiente não estruturado as informações sobre a existência ou não de obstáculo na sua trajetória são obtidas por intermédio do dispositivo denominado Parasônico. O Parasônico é capaz de captar obstáculos na trajetória transformando-os proporcionalmente as medidas de distância entre o robô e o obstáculo em sinais elétricos, na forma de uma tensão elétrica contínua que pode variar de 0 a 5 volts.

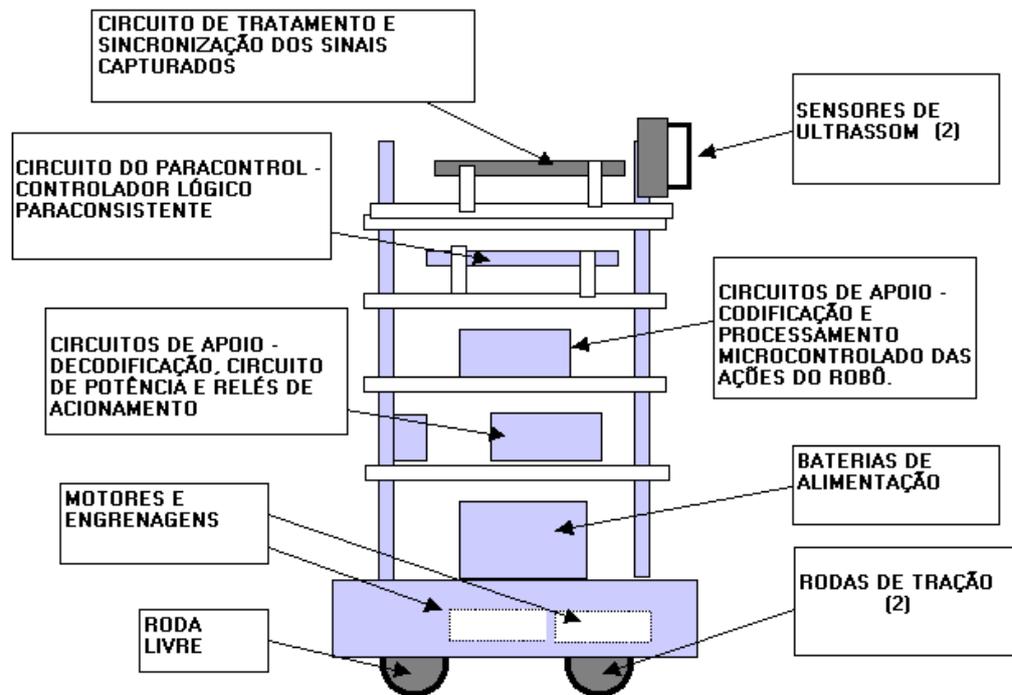
O Parasônico é basicamente composto por dois sensores de ultrassom tipo POLAROID 500 [53] e um Microcontrolador 8051. A função do Microcontrolador 8051 é fazer a sincronização entre as medições dos dois sensores de ultrassom e a transformação da grandeza distância em tensão elétrica.

O sistema de controle de navegação do robô é feito por um Controlador Lógico Paraconsistente - Paracontrol e que recebe e faz o tratamento dos sinais elétricos.

O Paracontrol recebe informações na forma de graus de evidência favorável e contrária, faz uma análise paraconsistente que resulta em sinais representativos de estados lógicos e graus de certeza e de incerteza. As duas formas de saída podem ser utilizadas no controle, dependendo do projeto. O Paracontrol ainda oferece alternativa de ajustes de controle externamente através de potenciômetros.

Com a informação do estado resultante, o microcontrolador decide a ação a ser tomada pelo robô.

A Figura IX mostra as partes principais do robô Emmy I.



**Figura IX** – Destaque das partes principais do robô Emmy

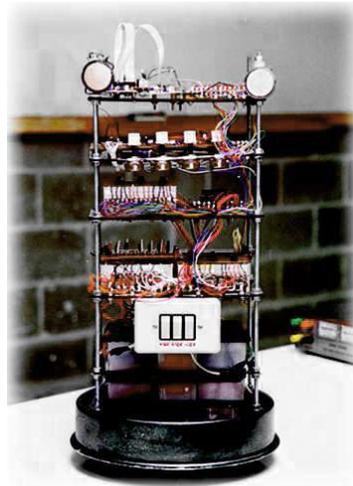
Nos trabalhos relacionados com controle clássico de robôs móveis autônomos descrevem-se técnicas tradicionais de planejamento e de navegação em roteiros conhecidos e desconhecidos. Muito dos resultados apresentam tempo computacional muito alto ou um sistema de controle muito complexo o que impossibilita a efetiva aplicação do controle. Porém, a maior dificuldade é o reconhecimento em situações reais de mudanças de ambiente, pois muitas indefinições e inconsistências aparecem nas análises dos sinais captados.

A Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$  possibilita considerar incertezas, inconsistências e paracompletezas de um modo não-trivial e por isso, se mostra mais propícia no enquadramento de problemas ocasionados por situações como essas.

O robô Emmy I obteve bons resultados apesar das limitações técnicas como ausência de: múltiplas velocidades, diferentes tipos de sensores, acionamentos de braços mecânicos, sincronização de velocidade entre os motores, amortecedores, freios, etc. Os testes efetuados demonstram que o Paracontrol pode ser aplicado para ajudar a solucionar problemas ligados a navegação de robôs e tratamento de sinais representativos de informações sobre o ambiente.

O sistema de controle utilizando o Paracontrol apresenta boa capacidade de modificar o comportamento do robô quando há modificações inesperadas das condições ambientais.

Pode-se ver na Figura X o aspecto físico do robô Emmy I.

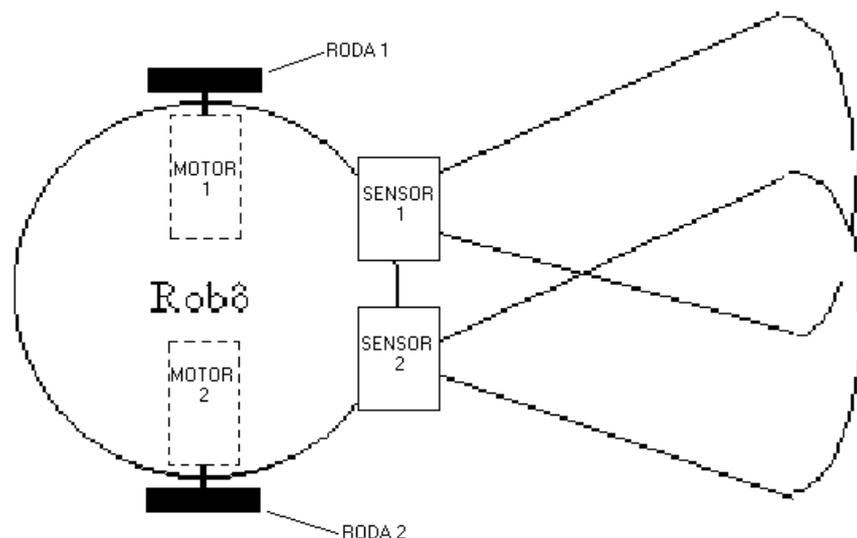


**Figura X - Robô Emmy I**

## 5.2. Robô Móvel Autônomo Emmy II

Investigando-se o controlador do robô Emmy I, chamado de Paracontrol, percebeu-se que o seu funcionamento poderia ser melhorado. Assim, surgiu o robô móvel autônomo Emmy II com objetivo de executar as mesmas funções que o robô Emmy I, mas, com um desempenho mais eficiente.

O robô móvel autônomo Emmy II possui as características mostradas na Figura XI [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16], [17], [18].



**Figura XI** - Representação do robô Emmy II

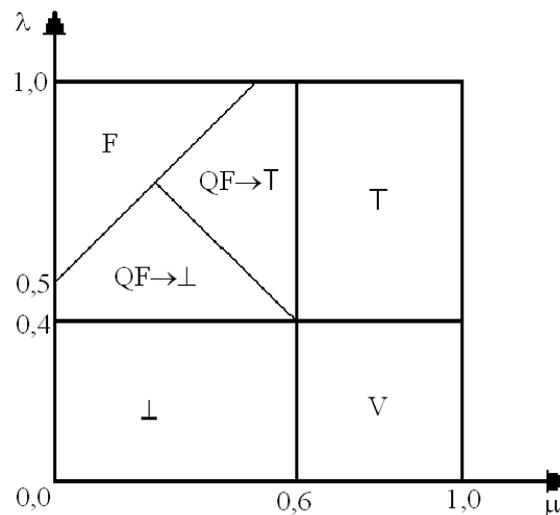
O robô Emmy II constitui-se, basicamente, de dois sensores ( $S_1$  e  $S_2$ ) e dois motores (motor 1 e motor 2) com rodas presas a seus eixos. Esses elementos estão acoplados a uma plataforma circular de 25cm de diâmetro. Um microcontrolador é responsável por receber os sinais gerados pelos sensores de ultrassom, manipulando-os segundo o algoritmo Para-analisador, e acionar os motores.

Os movimentos possíveis neste robô são os seguintes:

1. Seguir em frente em linha reta. Os motores 1 e 2 são acionados para frente ao mesmo tempo com a mesma velocidade.
2. Ir para trás em linha reta. Os motores 1 e 2 são acionados para trás ao mesmo tempo com a mesma velocidade.
3. Girar para a direita. Apenas o motor 1 é acionado para frente com o motor 2 parado.
4. Girar para a esquerda. Apenas o motor 2 é acionado para frente com o motor 1 parado.
5. Girar para a direita. Apenas o motor 2 é acionado para trás com o motor 1 parado.
6. Girar para a esquerda. Apenas o motor 1 é acionado para trás com o motor 2 parado.

O sinal gerado pelo sensor  $S_1$  considera-se como grau de evidência favorável e o sinal originado pelo sensor  $S_2$  considera-se como grau de evidência contrária da proposição “A frente do robô está livre”. Quando existe um obstáculo próximo ao sensor  $S_1$  o grau de evidência favorável é baixo e quando o obstáculo está distante do sensor  $S_1$  o grau de evidência favorável é alto. Por outro lado, quando existe um obstáculo próximo ao sensor  $S_2$  o grau de evidência contrária é alto e quando o obstáculo está distante do sensor  $S_2$  o grau de evidência contrária é baixo.

O robô decide qual movimento escolher baseado nos valores do grau de evidência favorável, no grau de evidência contrária e no sistema de controle proposto de acordo com o reticulado com os respectivos estados lógicos extremos e não-extremos da Figura XII.



**Figura XII** - Reticulado com os estados lógicos utilizado pelo robô Emmy II

A verificação dos valores do grau de evidência favorável e do grau de evidência contrária, tomada de decisão e movimentação dos motores é feita de forma sequencial. Tal sequência de ações é quase imperceptível ao se observar o robô movimentando-se.

Para cada estado, a respectiva decisão é a seguinte:

- Estado V: Ir para frente. Os motores 1 e 2 são acionados para frente<sup>1</sup> ao mesmo tempo.
- Estado F: Ir para trás. Os motores 1 e 2 são acionados para trás ao mesmo tempo.
- Estado  $\perp$ : Girar para a direita. Apenas o motor 1 é acionado para frente. Permanecendo o motor 2 parado.
- Estado T: Girar para a esquerda. Apenas o motor 2 é acionado para frente. Permanecendo o motor 1 parado.

---

<sup>1</sup> Significa obviamente que as respectivas rodas giram fazendo com que o robô se movimente para frente. Este e outros abusos de linguagem são cometidos ao longo do trabalho.

- Estado  $QF \rightarrow \perp$ : Girar para a direita. Apenas o motor 2 é acionado para trás.

Permanecendo o motor 1 parado.

- Estado  $QF \rightarrow T$ : Girar para a esquerda. Apenas o motor 1 é acionado para trás.

Permanecendo o motor 2 parado.

As justificativas para as escolhas são as seguintes:

- Quando o estado for Verdadeiro (V), significa que a frente do robô está livre.

Assim, o robô pode seguir em frente.

- Na Inconsistência (T),  $\mu$  e  $\lambda$  assumem valores altos (i.e., pertencentes à região T). Isto significa que  $S_1$  está distante de um obstáculo e  $S_2$  está próximo de um obstáculo, sendo que o lado esquerdo está mais livre que o direito. Assim, a ação recomendada é girar para a esquerda. Aciona-se apenas o motor 2 para frente e mantendo o motor 1 parado.

- Quando for detectado o estado de Paracompleteza ( $\perp$ ),  $\mu$  e  $\lambda$  assumem valores baixos. Isto significa que  $S_1$  está próximo de um obstáculo e  $S_2$  está distante de um obstáculo, sendo que o lado direito está mais livre que o esquerdo. Portanto, a decisão deve ser girar para a direita. Aciona-se apenas o motor 1 para frente e mantendo o motor 2 parado.

- No estado de Falsidade (F), a frente do robô está obstruída por um o obstáculo muito próximo do robô. Portanto, a decisão é recuar.

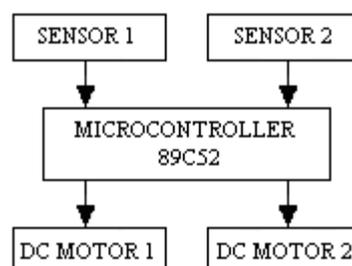
- No estado Quase-falso tendendo ao Inconsistente ( $QF \rightarrow T$ ), a frente do robô continua obstruída, com as seguintes características: o obstáculo não está tão próximo como na Falsidade e o lado esquerdo está um pouco mais livre do que o direito. A decisão é girar para a esquerda acionando-se apenas o motor 1 para trás e mantendo-se o motor 2 parado.

- No estado Quase-falso tendendo ao Paracompleto ( $QF \rightarrow \perp$ ), a frente do robô continua obstruída, do seguinte modo: o obstáculo não está tão próximo como na falsidade e o lado direito está um pouco mais livre do que o esquerdo. A decisão é girar para a direita, acionando-se apenas o motor 2 para trás e mantendo-se o motor 1 parado.

A plataforma utilizada para a montagem do robô Emmy II possui aproximadamente 25cm de diâmetro e 23cm de altura. Os componentes principais do robô Emmy II são um microcontrolador da família 8051, dois sensores de ultrassom e dois motores de corrente contínua.

Os sensores de ultrassom são responsáveis pela verificação de obstáculos à frente do robô. Os sinais gerados pelos sensores são enviados para o microcontrolador. Os valores do grau de evidência favorável ( $\mu$ ) e do grau de evidência contrária ( $\lambda$ ) na proposição “A frente do robô está livre” são determinados pelo microcontrolador com base nos sinais recebidos dos sensores de ultrassom. O microcontrolador também determina o movimento a ser executado pelo robô, ou seja, qual motor deve ser acionado, com base na decisão proveniente do Paracontrol.

A Figura XIII mostra o diagrama em blocos simplificado do robô móvel autônomo Emmy II.

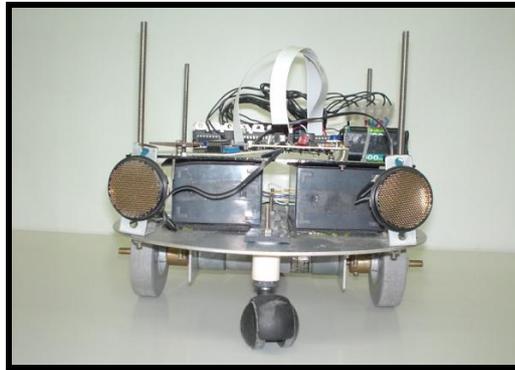


**Figura XIII** - Diagrama em blocos simplificado do robô Emmy II

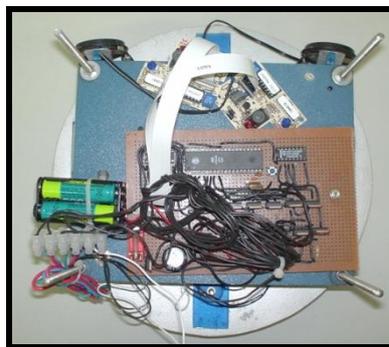
O circuito eletrônico do robô Emmy II se divide em quatro partes:

- Circuito de alimentação.
- Circuito dos sensores.
- Circuito de controle.
- Circuito de atuação.

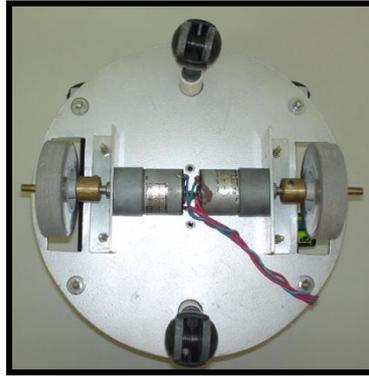
A Figura XIV mostra a vista frontal do robô Emmy II, a Figura XV mostra os dois sensores ultrassônicos  $S_1$  e  $S_2$  e a Figura XVI mostra os motores do robô.



**Figura XIV** - Vista frontal do robô Emmy II



**Figura XV** - Vista superior do robô Emmy II



**Figura XVI** - Vista inferior do robô Emmy II

O robô Emmy II teve um desempenho satisfatório nos testes realizados. Ele conseguiu desviar da maioria dos obstáculos existentes no ambiente de teste.

## **6. Robô Móvel Autônomo Emmy III**

Tanto o robô Emmy I quanto o robô Emmy II são capazes de desviar de obstáculos num ambiente não estruturado. Mas, são incapazes de encontrar um destino pré-determinado e se localizarem. O sistema de navegação e controle apresentado neste texto é uma tentativa de se construir um terceiro robô agora capaz de encontrar um destino num ambiente não estruturado de forma autônoma. Esse robô seria chamado Emmy III.

Alguns protótipos do robô Emmy III já foram construídos [54], [55], [56].

A versão definitiva do robô Emmy III está ainda em construção e compõe-se, basicamente, de uma placa metálica com dimensão de 400 mm de largura e 400 mm de comprimento, três rodas (sendo uma das rodas livre e as outras duas conectadas a servomotores) e os servomotores instalados na base são responsáveis pela movimentação do robô.

Conforme descrito anteriormente, o objetivo deste trabalho é apresentar um sistema de navegação e controle de um robô móvel autônomo, e para isso, dividiu-se esse sistema em três módulos: Subsistema de Sensoriamento, Subsistema Planejamento e o Subsistema Mecânico.

O Subsistema de Sensoriamento considera o ambiente mapeado dividido em células e está inicialmente preparado para receber informações de sensores de ultrassom. Mas, com algumas alterações em sua configuração, o Subsistema de Sensoriamento pode receber informações de outros tipos de sensores.

As informações advindas dos sensores são tratadas por uma Rede Neural Artificial Paraconsistente que possui como saída o Grau de Evidência Favorável da proposição “existe obstáculo na célula” para cada célula analisada. Essas informações são armazenadas num banco de dados.

O Subsistema de Planejamento é responsável por gerar a sequência de movimentos para que o robô móvel se desloque até uma posição destino. Existem oito tipos diferentes de movimentos que esse sistema pode gerar. Cada movimento corresponde a um número, assim, a saída desse sistema é uma sequência numérica, sendo que cada número corresponde a um movimento diferente. A plataforma mecânica que compõe o robô, também chamada de Subsistema Mecânico, deve ser capaz de interpretar esses números e executar os movimentos correspondentes.

O Subsistema Mecânico apesar de não ter sido implementado ainda, tem como base os trabalhos anteriores, onde foram construídas as plataformas Emmy I e Emmy II.

## **7. Subsistema Mecânico**

Uma estrutura física parecida com a do robô Emmy II, capaz de suportar os sensores e os outros dispositivos eletrônicos que compõem o Subsistema de Sensoriamento, o Subsistema de Planejamento e o sistema de controle dessa estrutura, compõem o Subsistema Mecânico.

O Subsistema Mecânico deve interpretar a sequência numérica gerada pelo Subsistema de Planejamento e executar seus respectivos movimentos. Além de tratar as informações dos sensores antes de enviá-las ao Subsistema de Sensoriamento.

Como descrito anteriormente, o Subsistema de Sensoriamento utiliza como parâmetros de entrada a distância entre o sensor e o obstáculo ( $D$ ) e o ângulo entre a plataforma mecânica e o eixo horizontal do ambiente onde o robô se encontra ( $\alpha$ ). Essas informações são geradas pelo Subsistema Mecânico, pois ele é responsável por tratar as informações dos sensores e controlar a posição da estrutura mecânica no ambiente onde o robô se localiza.

Para funcionar adequadamente, tanto o Subsistema de Sensoriamento quanto o Subsistema de Planejamento necessitam saber exatamente em qual célula o robô se encontra. Essa informação também deve ser gerada pelo Subsistema Mecânico.

Instalando-se o Subsistema de Sensoriamento e Planejamento numa estrutura física parecida com a descrita, ter-se-ia um robô móvel autônomo capaz de encontrar um destino num ambiente não estruturado.

## **8. Subsistema de Sensoriamento**

O Subsistema de Sensoriamento é construído com base na Lógica Paraconsistente Evidencial  $E\tau$ . Portanto, o seu funcionamento se baseia na determinação de graus de evidência relacionados a uma proposição.

O Subsistema de Sensoriamento proposto manipula informações advindas de sensores de ultrassom. As ideias apresentadas em [57], [58] por sua vez baseadas em [59], serviram de inspiração para o Subsistema de Sensoriamento proposto.

Para cada coordenada do ambiente em torno do robô, o Subsistema de Sensoriamento deve ser capaz de determinar um Grau de Evidência Favorável a respeito da proposição: “existe obstáculo na coordenada”.

Os valores desses Graus de Evidência Favorável são armazenados no banco de dados para serem posteriormente utilizados como informações de entrada do Subsistema de Planejamento. Desta forma, o Subsistema de Planejamento, antes de gerar a sequência de ações que a plataforma mecânica deve executar, consulta o banco de dados e considera como obstruídas as coordenadas que possuem um grau de evidência superior a determinado valor. Assim, a trajetória gerada evita os obstáculos existentes no ambiente, habilitando o robô a se movimentar num ambiente não estruturado.

### **8.1. Descrição do Subsistema de Sensoriamento**

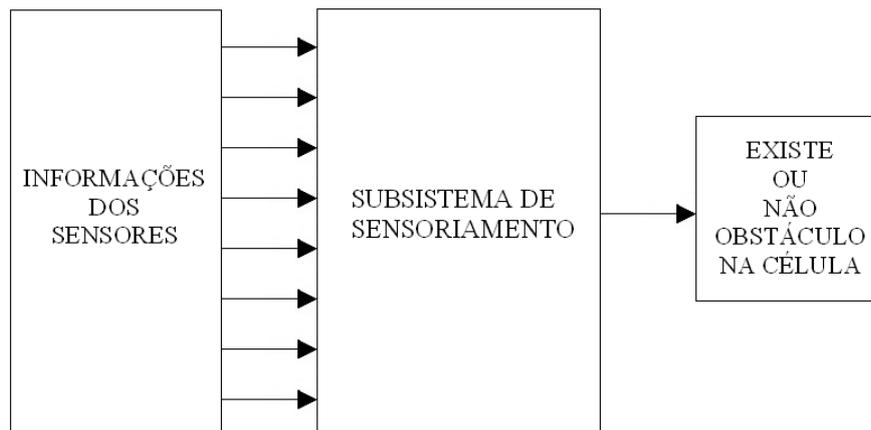
O objetivo do Subsistema de Sensoriamento é informar o Subsistema de Planejamento quais células estão obstruídas, portanto, que se deve evitar.

Para isso, o Subsistema de Sensoriamento se utiliza de um conjunto de sensores responsáveis por capturar informações sobre o ambiente em torno do robô. Esse conjunto de sensores está localizado na plataforma mecânica. Assim, o Subsistema Mecânico trata os sinais gerados pelos sensores antes de fornecer as devidas informações ao Subsistema de Sensoriamento.

Esses sensores podem ser dos mais diversos tipos e seus dados deverão ser interpretados como informações relevantes para o Sistema de Navegação e Controle. Como esses dados representam informações que podem ser contraditórias, neste trabalho optou-se por utilizar as Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes para tratar as informações geradas pelos sensores.

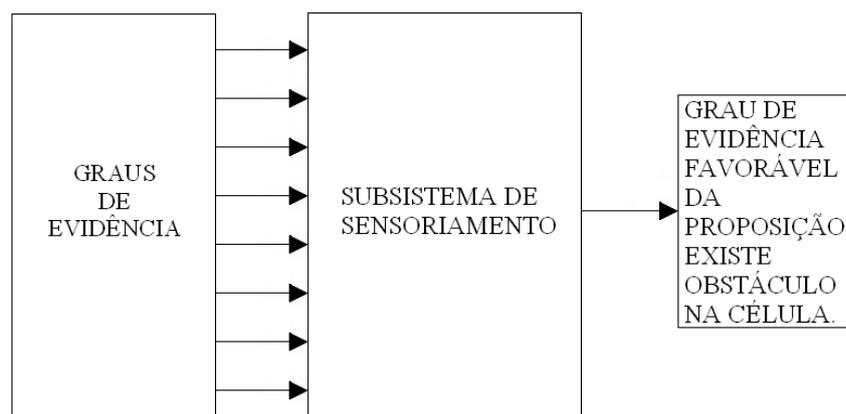
## **8.2. Estrutura do Subsistema de Sensoriamento**

O objetivo básico do Subsistema de Sensoriamento é informar a situação de cada célula que compõe o ambiente em torno do robô. Assim, o Subsistema de Sensoriamento deve analisar as informações geradas pelos sensores e armazenar, no banco de dados do sistema, a situação de cada célula analisada. A Figura XVII mostra graficamente as funções do Subsistema de Sensoriamento.



**Figura XVII** - Representação gráfica do subsistema de sensoriamento

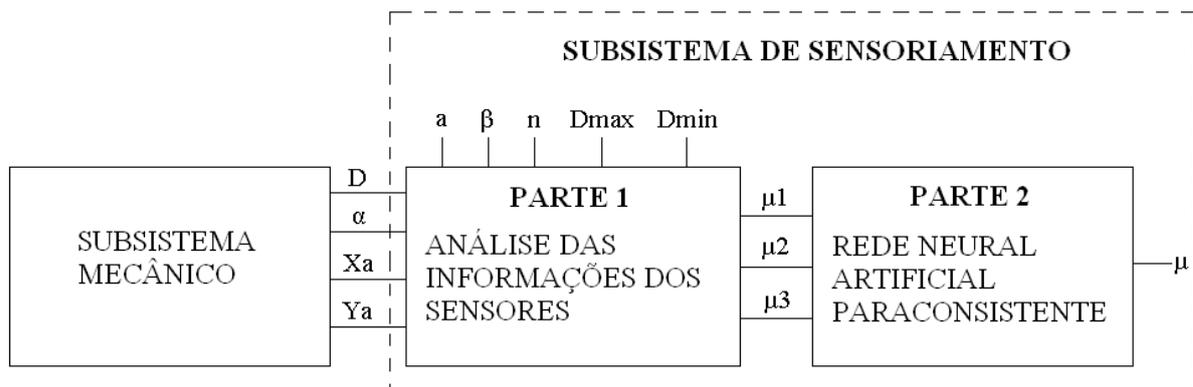
O Subsistema de Sensoriamento se baseia na Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$ . Portanto, as informações geradas pelos sensores são consideradas Graus de Evidência. Assim, para a análise de cada célula, a saída do Subsistema de Sensoriamento é o Grau de Evidência Favorável sobre a proposição “existe obstáculo na célula”. A Figura XVIII mostra a representação gráfica do Subsistema de Sensoriamento já utilizando as notações relativas à Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$ .



**Figura XVIII** - Representação gráfica do subsistema de sensoriamento com as notações da Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$

O Subsistema de Sensoriamento divide-se em duas partes. A primeira parte é responsável por analisar as informações dos sensores e gerar três Graus de Evidência. A segunda parte

do Subsistema de Sensoriamento é onde se localiza a Rede Neural Artificial Paraconsistente, responsável por analisar os três Graus de Evidências gerados pela primeira parte e criar o Grau de Evidência Favorável da proposição “existe obstáculo na célula”, que deve ser armazenado no banco de dados do sistema. A Figura XIX mostra a estrutura do Subsistema de Sensoriamento.

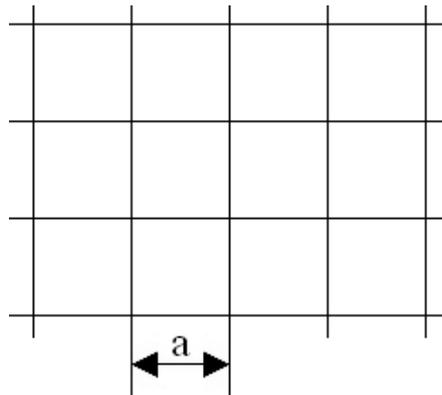


**Figura XIX** - Estrutura do subsistema de sensoriamento

Os parâmetros  $a$ ,  $\beta$ ,  $n$ ,  $D_{max}$  e  $D_{min}$ , a serem definidos a seguir, são de configuração. As informações recebidas do Subsistema Mecânico são representadas pelas entradas  $D$ ,  $\alpha$ ,  $X_a$  e  $Y_a$ . Os três Graus de Evidência gerados pela parte 1 do Sistema de Sensoriamento são representados por  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\mu_3$ . O Grau de Evidência da proposição “existe obstáculo na célula”, que deve ser armazenado no banco de dados do sistema, é representado pela saída  $\mu$ .

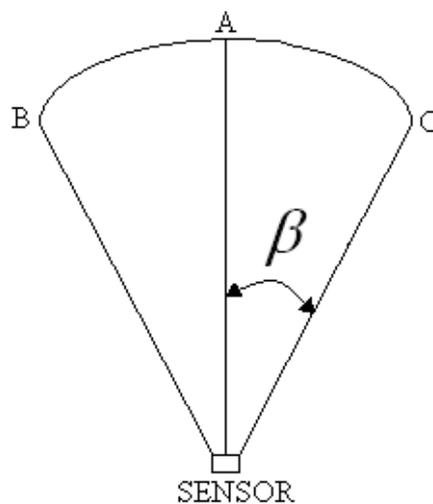
### **8.3. Parâmetros de Configuração do Subsistema de Sensoriamento**

O Sistema considera as células que compõe o ambiente em torno do robô como sendo quadradas. E o parâmetro “ $a$ ” define o lado do quadrado que compõe a célula. A Figura XX mostra o significado desse parâmetro.



**Figura XX** - Representação do parâmetro “a”

Como o Subsistema de Sensoriamento foi construído para receber informações advindas de sensores de ultrassom, faz-se necessário configurar o subsistema para o tipo exato de sensor utilizado. Assim, o parâmetro “ $\beta$ ” define o ângulo de abertura do sensor. Esse ângulo pode variar conforme o fabricante. A Figura XXI mostra o significado desse parâmetro.

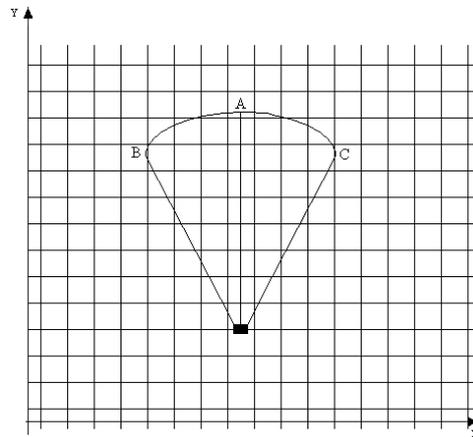


**Figura XXI** - Representação do ângulo de abertura do sensor de ultrassom

É interessante observar que o Subsistema de Sensoriamento pode receber informações de um sensor de infravermelho, por exemplo, desde que o ângulo  $\beta$  seja considerado como  $0^\circ$ .

Numa situação como a representada pela Figura XXII, o Subsistema de Sensoriamento

analisa todas as células sob o arco BC. Assim, o parâmetro “n” define quantas vezes o Grau de Evidência é calculado tomando-se parte do arco AC ou AB.



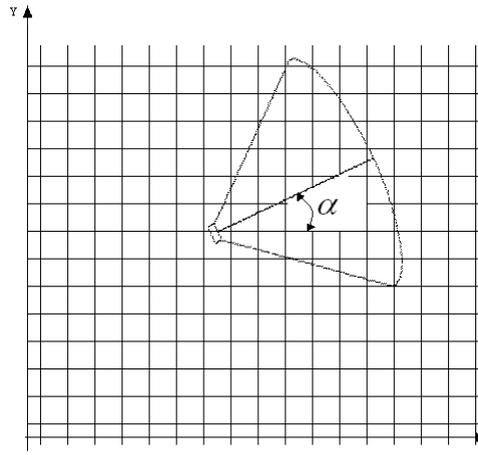
**Figura XXII** - Sensor de ultrassom num ambiente dividido em células

O parâmetro  $D_{max}$  define a distância máxima entre o obstáculo e o sensor que o Subsistema de Sensoriamento considera. E o parâmetro  $D_{min}$  define a distância mínima entre o obstáculo e o sensor que o Subsistema considera.

#### **8.4. Dados de Entrada do Subsistema de Sensoriamento**

A entrada  $D$  representa a distância do obstáculo detectada pelo sensor.

Já a entrada “ $\alpha$ ” representa o ângulo entre o sensor e o eixo horizontal do ambiente. A Figura XXIII ilustra essa ideia. Essa informação é gerada pelo Subsistema Mecânico, pois, ele recebe os dados dos sensores e controla a localização e a direção da plataforma, possibilitando, assim, a determinação do ângulo  $\alpha$ .



**Figura XXIII** - Representação da variável  $\alpha$

O Subsistema de Sensoriamento deve saber a coordenada onde a plataforma mecânica se encontra para determinar corretamente qual célula deve ser analisada. As entradas  $X_a$  e  $Y_a$  representam essa coordenada. Essa informação também é gerada pelo Subsistema Mecânico.

A parte 1 do Subsistema de Sensoriamento gera como saída os três graus de evidência  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\mu_3$ .

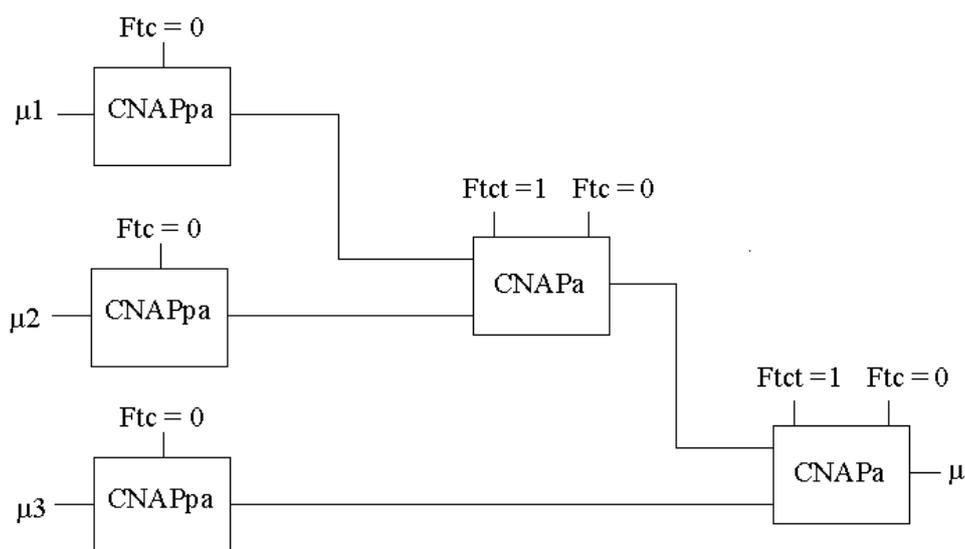
A distância entre o sensor e o obstáculo determina o valor de  $\mu_1$ . Quando a distância entre o sensor e o obstáculo ( $D$ ) for menor ou igual a  $D_{min}$ ,  $\mu_1$  vale 1,0. Quando a distância entre o sensor e o obstáculo for maior ou igual a  $D_{max}$ ,  $\mu_1$  vale 0,0. Caso a distância entre o sensor e o obstáculo seja um valor entre  $D_{min}$  e  $D_{max}$ ,  $\mu_1$  será um valor entre 1,0 e 0,0, dependendo da proximidade de  $D$  em relação a  $D_{min}$ .

Analisando a Figura XXII, percebe-se que existe uma evidência forte de que o obstáculo esteja próximo do ponto A. Essa evidência vai enfraquecendo à medida que se aproxime do ponto B ou C. Esse comportamento determina o valor de  $\mu_2$ . Quanto mais próxima a célula analisada estiver do ponto A, maior será o valor de  $\mu_2$ . Conseqüentemente, quanto mais próxima a célula analisada estiver dos pontos B ou C, menor será o valor de  $\mu_2$ .

Antes de determinar o novo Grau de Evidência Favorável da célula analisada, o Subsistema de Sensoriamento consulta o valor atual armazenado no banco de dados do sistema. O valor consultado é quanto vale  $\mu_3$ .

### 8.5. Estrutura da Rede Neural Artificial Paraconsistente Utilizada no Subsistema de Sensoriamento

A Figura XXIV mostra a estrutura da Rede Neural Artificial Paraconsistente escolhida para compor a segunda parte do Subsistema de Sensoriamento.



**Figura XXIV** - Estrutura da rede neural artificial paraconsistente escolhida para compor a segunda parte do subsistema de sensoriamento

Observa-se que  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\mu_3$  são os três graus de evidência gerados pela primeira parte do Subsistema de Sensoriamento. E  $\mu$  é a resposta do sistema, ou seja, o valor do Grau de Evidência Favorável da proposição “existe obstáculo na célula”. Portanto,  $\mu$  é o valor que deve ser armazenado no banco de dados do sistema informando o Grau de Evidência

Favorável da Célula Analisada.

A função das Células Neurais Artificiais Paraconsistentes de Passagem – CNAPpa é de, eventualmente, dependendo do valor do Fator de Tolerância à Certeza -  $Ft_c$ , limitar o valor de algum grau de evidência gerado pela primeira parte do Subsistema de Sensoriamento. Como no sistema implementado, o Fator de Tolerância à Certeza -  $Ft_c$  vale zero nas três células, não existe qualquer tipo de limitação para  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\mu_3$ .

Configurando-se as Células Neurais Artificiais Paraconsistentes Analítica – CNAPa com  $Ft_c = 0$  e  $Ft_{ct} = 1$ , também se elimina qualquer tipo de limitação às saídas das células.

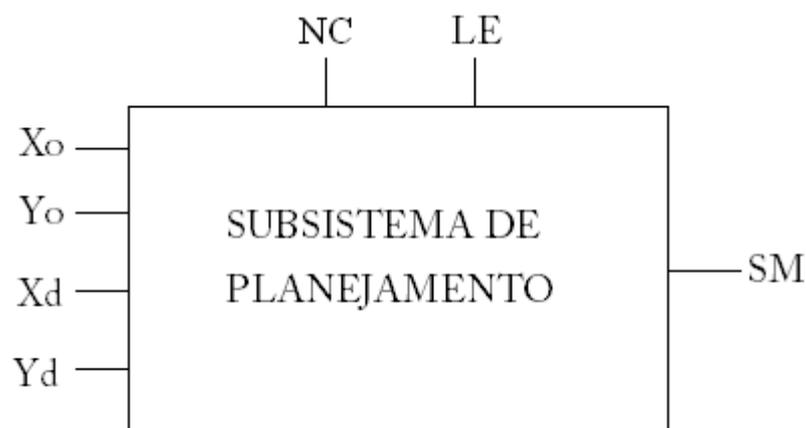
## **9. Subsistema de Planejamento**

Um robô móvel autônomo dotado de um sistema de navegação deve ser capaz de executar, basicamente, três tarefas. A primeira é capturar informações sobre o ambiente onde se encontra para saber onde existem obstáculos. A segunda tarefa é gerar uma rota que interligue a posição onde ele se encontra a uma posição destino. Essa rota deve desviar dos possíveis obstáculos existentes no ambiente. E a terceira tarefa é executar a rota previamente determinada de tal forma que a estrutura física do robô alcance a posição destino. O sistema de navegação e controle proposto neste trabalho divide as tarefas descritas em três subsistemas: Subsistema de Sensoriamento, Subsistema de Planejamento e Subsistema Mecânico.

### 9.1. Descrição do Subsistema de Planejamento

O objetivo do Subsistema de Planejamento é determinar uma sequência de ações para que o robô saia da posição onde se encontra e, num ambiente não estruturado, encontre a posição destino. O Subsistema de Planejamento proposto baseia-se na Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$ . Existem outros sistemas de planejamento para robôs móveis baseado em outras teorias, como por exemplo, a encontrada em [60], [61], [62], [63], [64].

A Figura XXV mostra a representação do Subsistema de Planejamento.



**Figura XXV** - Representação do subsistema de planejamento

No Subsistema de Planejamento existem dois parâmetros de configuração, NC e LE. O Parâmetro NC indica o número de células que o sistema deve analisar antes de definir quais ações o robô deve tomar, ou seja, a quantidade de células que compõem a entrada das redes neurais.

Já o parâmetro LE indica o valor limite do Grau de Evidência Favorável para que o sistema considere a célula ocupada. Assim, as células que tiverem um Grau de Evidência Favorável maior que LE, serão consideradas ocupadas.

As coordenadas das células de origem e destino são as entradas do sistema. Assim,  $X_o$  e  $Y_o$  são as coordenadas de origem e  $X_D$  e  $Y_D$  são as coordenadas de destino.

Como saída, o Subsistema de Planejamento gera uma sequência de movimentos para que a plataforma mecânica a execute. Essa sequência está representada por SM na Figura XXV.

O Subsistema de Planejamento, assim como o Subsistema de Sensoriamento, considera o ambiente onde o robô se encontra dividido em células.

O Subsistema de Planejamento deve gerar uma sequência de ações para que a plataforma mecânica deixe a posição onde se encontra e encontre uma posição destino.

O Subsistema Planejamento proposto pode gerar oito tipos diferentes de movimentos. A cada movimento se relaciona um número. Assim, o Subsistema de Planejamento deve informar ao Subsistema Mecânico uma sequência numérica. O Subsistema Mecânico deve interpretar cada número como um movimento diferente.

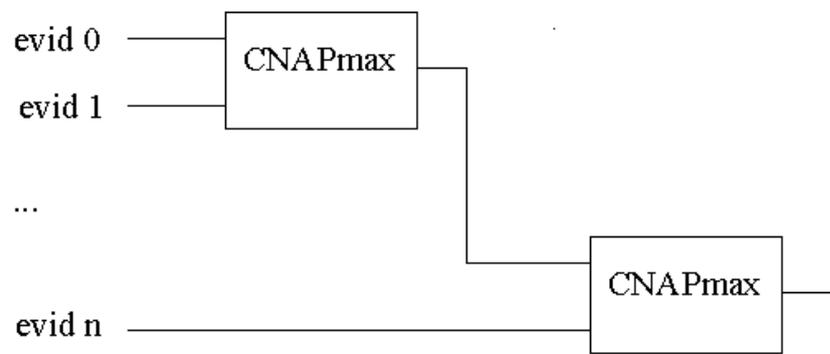
O Grau de Evidência Favorável da proposição “existe obstáculo na célula” de cada célula que compõe o ambiente em torno do robô está armazenado no banco de dados do sistema. Antes do Sistema de Planejamento determinar quais ações o robô deve realizar, ele consulta no banco de dados as condições das células pelas quais o robô deve passar. As células que possuem um valor de Grau de Evidência Favorável acima de um determinado valor são consideradas ocupadas.

O Subsistema de Planejamento determina qual o maior Grau de Evidência Favorável existente nas células analisadas. E caso esse valor seja maior que o valor do Grau de Evidência Favorável limite, o planejador escolhe outro movimento.

O Subsistema de Planejamento utiliza uma Rede Neural Artificial Paraconsistente

compostas por Células Neurais Artificiais Paraconsistentes de Conexão Lógica Simples no Processo de Maximização (OU) para determinar qual o maior valor de Grau de Evidência Favorável das posições analisadas.

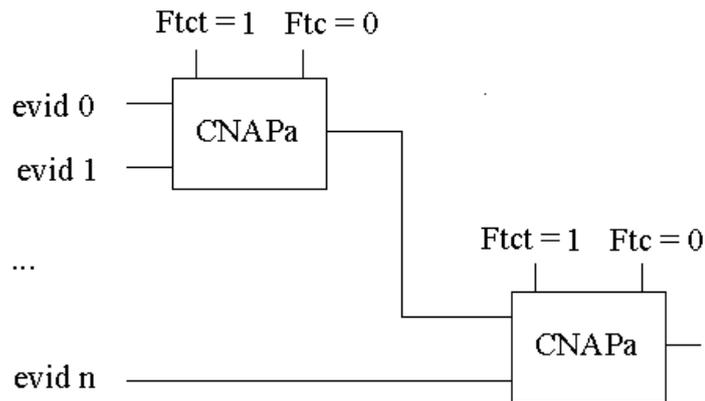
A Figura XXVI mostra a arquitetura da Rede Neural Artificial Paraconsistente utilizada pelo Subsistema de Planejamento para determinar qual o maior valor de Grau de Evidência Favorável existente nas células analisadas.



**Figura XXVI** - Rede neural artificial paraconsistente utilizada pelo subsistema de planejamento para determinar qual o maior valor de grau de evidência

As entradas da Rede Neural Artificial Paraconsistente mostradas na Figura XXVI são os Graus de Evidências Favoráveis das posições analisadas pelo Subsistema de Planejamento. E na saída encontra-se o maior valor de Grau de Evidência Favorável encontrado.

Caso a análise realizada pela rede neural, composta por Células Neurais Artificiais Paraconsistentes de Conexão Lógica Simples no Processo de Maximização (OU), não detecte obstáculo nas posições que compõe o ambiente, estas são analisadas por uma rede neural composta por Células Neurais Artificiais Paraconsistentes Analíticas com a estrutura mostrada na Figura XXVII.



**Figura XXVII** - Rede neural artificial paraconsistente utilizada pelo subsistema de planejamento para determinar qual o valor de grau de evidência de uma direção

A saída da rede neural apresentada na Figura XXVII é o Grau de Evidência Resultante das células analisadas.

## 9.2. Testes Realizados com o Subsistema de Planejamento

Apresentam-se três testes realizados com o Subsistema de Planejamento. Nas três situações o Subsistema de Planejamento estava configurado da mesma forma, apenas a localização dos obstáculos em cada teste era diferente. O subsistema foi configurado para que as redes neurais analisassem três células e o valor limite para uma célula não ser considerada ocupada era 0,9. O banco de dados com as condições de cada célula foi preenchido manualmente.

As Figuras XXVIII, XXIX e XXX mostram os resultados otimizados dos testes 1, 2 e 3.

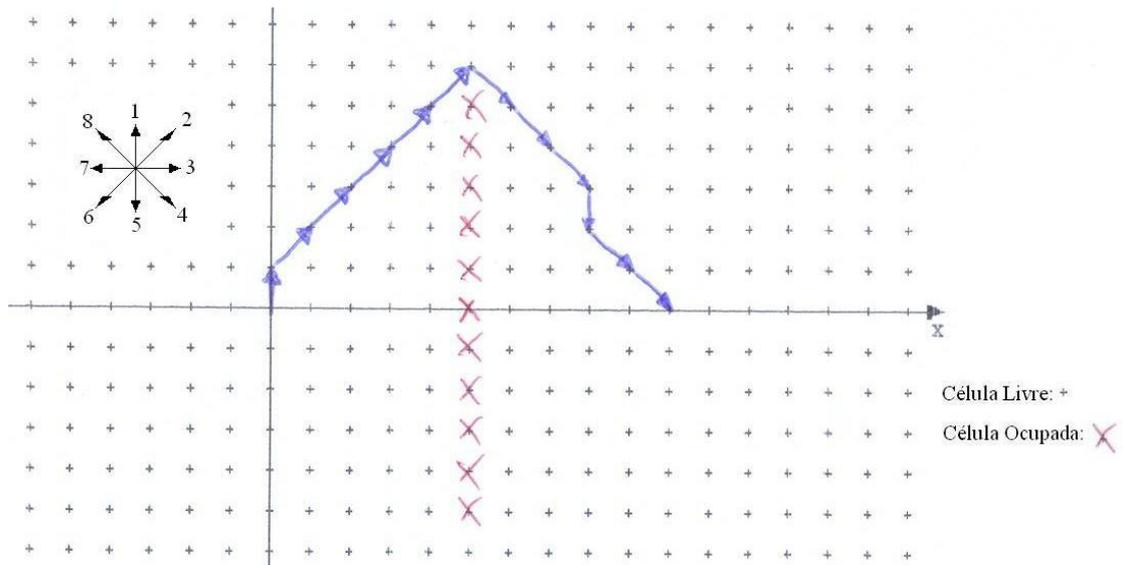


Figura XXVIII - Resultado otimizado do teste 1

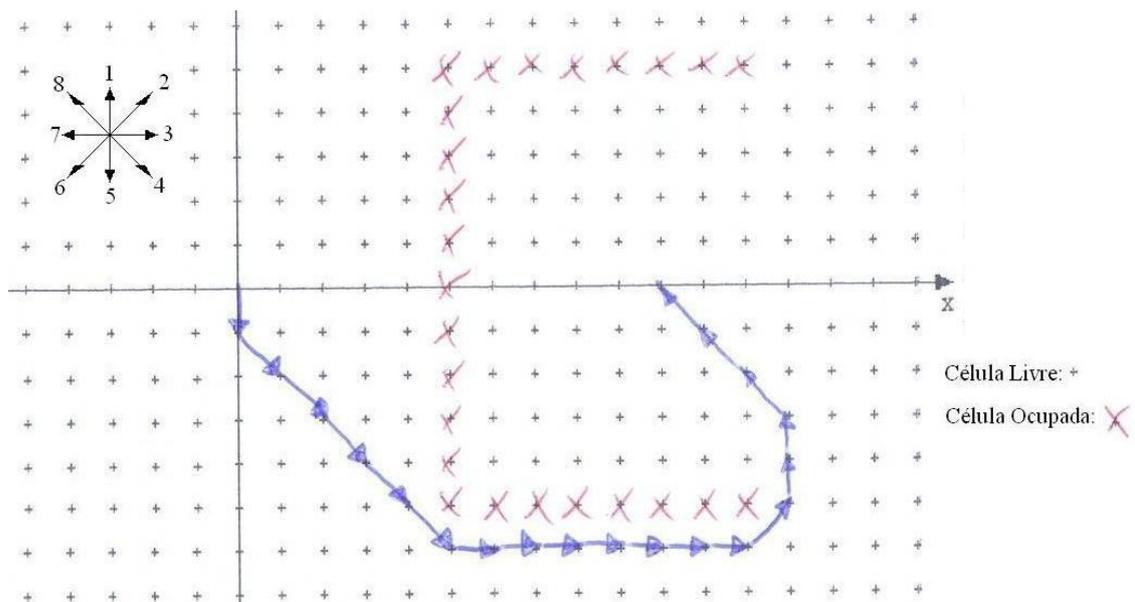
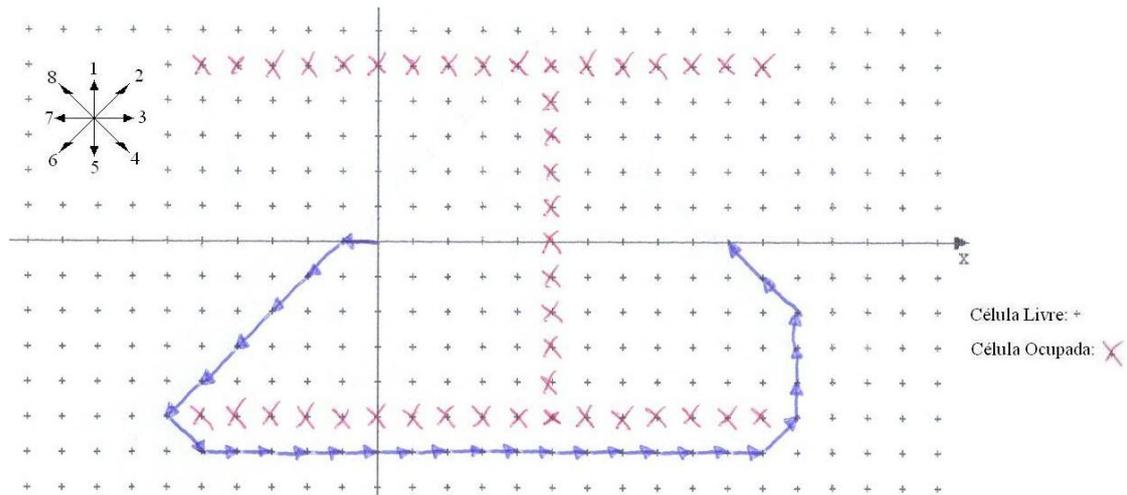


Figura XXIX - Resultado otimizado do teste 2



**Figura XXX** - Resultado otimizado do teste 3

A trajetória realizada pela plataforma mecânica é satisfatória. Pois, conforme observado nos resultados apresentados acima, a plataforma se desloca da origem até o destino com um número relativamente baixo de movimentos.

## **10. Conclusões**

Neste trabalho propôs-se um Sistema de Navegação e Controle para um Robô Móvel Autônomo baseado na Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$  através da utilização das Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes. A utilização desse tipo de lógica permite ao sistema lidar melhor com situações difusas, inconsistentes e paracompletas.

O sistema proposto compõe-se por três módulos: Subsistema de Sensoriamento, Subsistema de Planejamento e Subsistema Mecânico.

O Subsistema de Sensoriamento recebe as informações advindas dos sensores e armazena num banco de dados as informações relativas a cada célula que compõe o ambiente em torno do robô.

Nesse subsistema existe uma Rede Neural Artificial Paraconsistente composta por Células Neurais Artificiais Paraconsistentes Analíticas e por Células Neurais Artificiais Paraconsistentes de Passagem. Esse tipo de estrutura permite a construção de um sistema de sensoriamento eficiente e relativamente simples.

Vários testes foram realizados com o Subsistema de Sensoriamento e constatou-se que o funcionamento foi satisfatório. Os testes consistiram da aplicação na entrada do sistema de sinais que simulavam informações advindas de sensores. Em todos os casos a resposta foi a esperada.

Um próximo passo seria a ligação de sensores na entrada desse sistema para se verificar o funcionamento do mesmo em situações reais.

O Subsistema de Planejamento é responsável por gerar a sequência de ações que o robô deve executar para encontrar a posição destino. Esse sistema consulta o banco de dados que é atualizado pelo Subsistema de Sensoriamento para saber onde existem obstáculos no ambiente em torno do robô. Com essa informação ele gera a sequência de movimentos que o robô deve executar para alcançar um destino num ambiente não estruturado.

No Subsistema de Planejamento também existem Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes. Além de uma estrutura similar à utilizada pelo Subsistema de Sensoriamento, ele também se utiliza de uma estrutura composta por Células Neurais Artificiais Paraconsistentes de Conexão Lógica Simples no Processo de Maximização (OU). Isso permitiu a simplificação da construção do Subsistema de Planejamento.

Os diversos testes realizados com o Subsistema de Planejamento foram satisfatórios. Os testes consistiam em preencher o banco de dados manualmente, criando um ambiente previamente conhecido. Assim, dado um ponto de partida e um ponto de chegada, o

sistema sempre gerou uma sequência de passos interligando o ponto de partida ao ponto de chegada.

O grau de dificuldade de cada teste realizado com o Subsistema de Planejamento foi aumentado gradativamente, chegando a situações de grande dificuldade. Em todos os casos o sistema foi capaz de encontrar um caminho ligando o ponto de origem ao ponto destino. Também em todos os casos o caminho encontrado foi satisfatório e, em muitas situações, o caminho encontrado foi o ótimo.

Para que o robô se movimente de forma autônoma num ambiente não estruturado ainda necessita-se construir o Subsistema Mecânico, ou seja, a plataforma mecânica capaz de carregar todos os dispositivos que constituem os Subsistemas de Sensoriamento e Planejamento. Além disso, essa plataforma deve executar a sequência de ações solicitadas pelo Sistema de Planejamento e informar aos outros subsistemas a sua localização exata. O Subsistema Mecânico também deve tratar os sinais gerados pelos sensores antes de repassar essas informações para o Subsistema de Sensoriamento.

Esses três módulos funcionando de forma independente e interligada formam um robô móvel autônomo capaz de encontrar um destino pré-determinado num ambiente não estruturado.

A contribuição deste trabalho é a proposta de um sistema de navegação e controle de um robô móvel autônomo, com as características descritas acima, baseado na lógica paraconsistente anotada  $E\tau$ .

Uma interface gráfica para o Subsistema de Planejamento capaz de mostrar, em uma tela de computador, a rota gerada pelo planejador para que o robô saia de uma posição inicial e encontre uma posição destino está atualmente em desenvolvimento.

O sistema proposto possui aplicações promissoras e merece uma continuidade de estudos com a implantação dos Subsistemas de Sensoriamento e de Planejamento em uma plataforma mecânica compondo o Subsistema Mecânico, completando assim o conjunto para aplicações em robótica autônoma.

## **11. Referências Bibliográficas**

[1] DA SILVA FILHO, J. I. **Métodos de aplicações da lógica paraconsistente anotada com anotação com dois valores LPA2v com construção de algoritmo e implementação de circuitos eletrônicos.** 1999. 115 fl. Tese (Doutorado). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

[2] DA SILVA FILHO, J. I. & ABE, J.M. Para-Fuzzy Logic Controller – Part I: A New Method of Hybrid Control Indicated for Treatment of Inconsistencies Designed with the Junction of the Paraconsistent Logic and Fuzzy Logic. In: INTERNATIONAL ICSC CONGRESS ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE METHODS AND APPLICATIONS - CIMA'99. 1999. Rochester Institute of Technology, RIT, Rochester, N.Y., USA.

[3] DA SILVA FILHO, J. I. & ABE, J. M. Para-Fuzzy Logic Controller – Part II: A Hybrid Logical Controller Indicated for Treatment of Fuzziness and Inconsistencies. In: INTERNATIONAL ICSC CONGRESS ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE METHODS AND APPLICATIONS - CIMA'99. 1999b. Rochester Institute of Technology, RIT, Rochester, N.Y., USA.

[4] DA SILVA FILHO, J. I. & ABE, J. M. Para-Analyser and Inconsistencies in Control

Systems. In: IASTED INTERNATIONAL CONFERENCE ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE AND SOFT COMPUTING (ASC'99). **Anais...** Honolulu, Hawaii, USA, ago. 9-12, p. 78-85, 1999c.

[5] DA SILVA FILHO, J. I. & ABE, J. M. Emmy: a paraconsistent autonomous mobile robot, in Logic, Artificial Intelligence, and Robotics. In: 2<sup>ND</sup> CONGRESS OF LOGIC APPLIED TO TECHNOLOGY – LAPTEC'2001. In: ABE, J.M.; DA SILVA FILHO, J. I. [eds.] **Frontiers in Artificial Intelligence and Its Applications**. Amsterdam/Tokyo: IOS Press/Ohmsha, v. 71, p. 53-61, 287, 2001.

[6] DA SILVA FILHO, J. I. & ABE, J. M. Paraconsistent electronic circuits. **International Journal of Computing Anticipatory Systems**, v. 9, p.337-345, 2001b.

[7] DA SILVA FILHO, J.I. & ABE, J. M. Para-Control: An Analyser Circuit Based On Algorithm For Treatment of Inconsistencies. In: WORLD MULTICONFERENCE ON SYSTEMICS, CYBERNETICS AND INFORMATICS, ISAS. SCI 2001, Vol. XVI, Cybernetics and Informatics: Concepts and Applications (Part I), p. 199-203, Orlando, Florida, USA, 2001d.

[8] SILVA FILHO, J. I., TORRES, C. R. & ABE, J. M. Robô Móvel Autônomo Emmy: Uma Aplicação Eficiente da Lógica Paraconsistente Anotada, **Seleção Documental**, ISSN 1809-0648, Número 3, Editora ParaLogike, Santos – São Paulo, pág. 19-26, Julho-Setembro/2006.

[9] TORRES, C. R. **Sistema Inteligente Paraconsistente para Controle de Robôs Móveis Autônomos**. 2004. 85 fl. Tese (Mestrado). Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI, Itajubá.

[10] TORRES, C. R.; ABE, J. M.; LAMBERT-TORRES, G. Sistema Inteligente para Controle de Robôs Móveis Autônomos. I WORKSHOP UNIVERSIDADE–EMPRESA EM AUTOMAÇÃO, ENERGIA E MATERIAIS. **Anais...** Taubaté, São Paulo, 2004.

[11] TORRES, C. R.; ABE, J. M.; LAMBERT-TORRES, G. Robô Móvel Emmy II. **Coleção Documentos**, s. Lógica e Teoria da Ciência, IEA-USP, n. 58, p. 1-14, 2005.

[12] TORRES, C. R., ABE, J. M. & LAMBERT-TORRES, G. Sistema Inteligente para Controle de Robôs Móveis Autônomos, Coleção Documentos, Série Lógica e Teoria da Ciência, IEA-USP, ISSN 16799429, Número 58, pág. 15-28, 2005b.

[13] TORRES, C. R., ABE, J. M.; LAMBERT-TORRES, G. Robô Móvel Autônomo Emmy II, **Seleção Documental**, n. 4, ed. ParaLogike, Santos, São Paulo, p. 5-10, out./dez. de 2006.

[14] TORRES, C. R.; LAMBERT-TORRES, G.; SILVA, L. E. B. da; ABE, J. M. Intelligent System of Paraconsistent Logic to Control Autonomous Moving Robots. In: 32ND ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY. Paris: IEEE Press, 2006.

[15] ABE, J. M.; TORRES, C. R.; LAMBERT-TORRES, G.; NAKAMATSU, K.; KONDO, M. Intelligent Paraconsistent Logic Controller and Autonomous Mobile Robot Emmy II. **Lecture Notes in Computer Science**, v. 4252, p. 851-857, 2006.

[16] ABE, J. M., TORRES, C. R., LAMBERT-TORRES, G., NAKAMATSU, K., KONDO, M. Intelligent Paraconsistent Logic Controller and Autonomous Mobile Robot Emmy II. In: 10th International Conference on Knowledge-Based, Intelligent Information & Engineering Systems, KES2006, 2006, Bournemouth. Proceedings of the 10th

International Conference on Knowledge-Based, Intelligent Information & Engineering Systems. Bournemouth - UK : KES Pub., 2006b.

[17] TORRES, C. R., ABE, J. M., LAMBERT-TORRES, G. Sistema Inteligente Paraconsistente para Controle de Robôs Móveis Autônomos. **Seleção Documental**, ISSN 1809-0648, Número. 7, Editora ParaLogike, Santos – São Paulo, pág. 13-18, Julho-Setembro/2007.

[18] TORRES, C. R. & BOMBACINI M. R. Robô Autônomo com Sistema de Controle microprocessado e Fundamentado em Lógica Paraconsistente. **Seleção Documental**, n. 5, ed. ParaLogike, Santos, São Paulo, p. 14-18, jan./mar. de 2007.

[19] ABE, J. M.; LAMBERT-TORRES, G.; DA SILVA FILHO, J. I.; TORRES, C. R.; MARTINS, H. G. Paraconsistent Autonomous Mobile Robot Emmy III. In: 6TH CONGRESS OF LOGIC APPLIED TO TECHNOLOGY – LAPTEC'2007. **Proceedings of the VI Congress of Logic Applied to Technology**. Santos, São Paulo, 2007.

[20] TORRES, C. R.; ABE, J. M.; LAMBERT-TORRES, G.; DA SILVA FILHO, J. I., MARTINS, H. G. Autonomous Mobile Robot Emmy III. In: Nakamatsu, K.; Phillips-Wren, G.; Jain, L.C.; Howlett, R. J.[Orgs.]. **New Advances in Intelligent Decision Technologies**, 1ª ed. Helderberg: Springer-Verlag, 2009, v. 199, p. 317-327.

[21] ABE, J. M.; TORRES, C. R.; LAMBERT-TORRES, G.; DA SILVA FILHO, J. I.; MARTINS, H. G. Paraconsistent Autonomous Mobile Robot Emmy III. In: TORRES, G. L.; J. M. ABE; J. I. DA SILVA FILHO; H. G. MARTINS. [Orgs.]. **Advances in Technological Applications of Logic and Intelligent Systems**. 1 ed. Amsterdam: IOS Press, 2009, v. 186, p. 236-258.

[22] ALMEIDA PRADO, J. P.; ABE J. M.; SCALZITTI, A. Modeling the Behavior of Paraconsistent Robots. In: Advances in Logic Based Intelligent Systems. In: 5<sup>TH</sup> CONGRESS OF LOGIC APPLIED TO TECHNOLOGY – LAPTEC’2005. In: NAKAMATSU K. & ABE, J. M. Frontiers in Artificial Intelligence and Applications, IOS Press, Amsterdam, v. 132, p. 120-126, 289, 2005.

[23] ÁVILA, B. C. **Uma Abordagem Paraconsistente Baseada em Lógica Evidencial para Tratar Exceções em Sistemas de Frames com Múltipla Herança.** 1996. 133 fl. Tese (PhD) Universidade de São Paulo, São Paulo.

[24] ÁVILA, B. C.; ABE, J. M.; PRADO, J. P. A. ParaLog-e: A Paraconsistent Evidential Logic Programming Language. In: XVII INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE CHILEAN COMPUTER SCIENCE SOCIETY. In: IEEE Computer Society Press, p 2-8, Valparaíso, Chile, 1997.

[25] FERRARA, L. F. P. **Redes neurais artificiais aplicada em um reconhecedor de caracteres.** 2003. Tese (Mestrado). Universidade Federal de Uberlândia - UFU, Uberlândia, MG.

[26] MARIO, M. C. **Proposta de aplicação das redes neurais artificiais paraconsistentes como classificador de sinais utilizando aproximação funcional.** 2003. Tese (Mestrado). Universidade Federal de Uberlândia - UFU, Uberlândia, MG.

[27] MARIO, M. C. **Modelo de Análises de Variáveis Craniométricas através das Redes de Neurais Artificiais Paraconsistentes.** 2006. Tese (Doutorado) Faculdade de Medicina da Universidade de São Paulo – FMUSP, São Paulo.

[28] MARIO, M. C. Sistema Classificador de Sinais Projetado com Redes Neurais

Artificiais Paraconsistentes. **Revista Seleção Documental**, v2 n.7 jul./set. de 2007, p. 17-27, Ed. Paralogike Santos, São Paulo.

[29] MARTINS, H. G. **A Lógica Paraconsistente Anotada de Quatro Valores: LPA4v** aplicada em Sistema de Raciocínio Baseado em Casos para o Restabelecimento de Subestações Elétricas. 2003. 145 fl. Tese (Ph D). Universidade Federal de Itajubá, UNIFEI, Itajubá.

[30] PRADO, J. P. A. **Uma Arquitetura em IA Baseada em Lógica Paraconsistente**. 1996. Tese (Doutorado). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

[31] ROSA E SILVA, S. **Aplicação da Lógica Paraconsistente Anotada no método de campos potenciais para navegação de robôs**. 2005. Tese (Mestrado). Engenharia de Produção da Universidade Paulista, São Paulo.

[32] SUBRAHMANYAN, V.S., On the Semantics of Quantitative Logic Programs, In: 4TH IEEE SYMPOSIUM ON LOGIC PROGRAMMING, COMPUTER SOCIETY PRESS. **Anais...** Washington D.C. 1987, p 173-182.

[33] ABE, J. M. **Fundamentos da Lógica Anotada**. 1992. 135 fl. Tese (Doutorado). Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.

[34] ABE, J. M. Some Aspects of Paraconsistent Systems and Applications. **Logique et Analyse**, v. 157, p. 83-96, 1997.

[35] ABE, J. M. Annotated logics  $Q\tau$  and model theory, in Logic, Artificial Intelligence, and Robotics. In: 2<sup>ND</sup> CONGRESS OF LOGIC APPLIED TO TECHNOLOGY – LAPTEC'2001. In: ABE, J.M.; DA SILVA FILHO, J. I. [eds.] **Frontiers in Artificial Intelligence and Its Applications**. Amsterdam/Tokyo: IOS Press/Ohmsha, v. 71, p. 1-12,

287, 2001.

[36] ABE, J. M. & AKAMA, S. A Logical System for Reasoning with Fuzziness and Inconsistencies. In: IASTED INTERNATIONAL CONFERENCE ON ARTITFICIAL INTELLIGENCE AND SOFT COMPUTING (ASC'99). **Anais...** Honolulu, Hawaii, USA, 1999, p. 221-225.

[37] ABE, J. M.; ÁVILA, B. C.; NAKAMATSU, K. Paraconsistent Annotated Logic Programming – Paralog. **International Journal of Computing Anticipatory Systems**, v. 6, p. 51-65, 1999.

[38] ABE, J. M. & DA SILVA FILHO, J. I. Inconsistency and Electronic Circuits. In: INTERNATIONAL ICSC SYMPOSIUM ON ENGINEERING OF INTELLIGENT SYSTEMS (EIS'98). v 3. ALPAYDIN, E. [ed.]. **Artificial Intelligence**, ICSC Academic Press International Computer Science Conventions, Canada/Switzerland, p. 191-197, 1998.

[39] AKAMA, S. & ABE, J. M. Fuzzy annotated logics. In: 8<sup>TH</sup> INTERNATIONAL CONFERENCE ON INFORMATION PROCESSING AND MANAGEMENT OF UNCERTAINTY IN KNOWLEDGE BASED SYSTEMS, IPMU'2000. **Anais...** Universidad Politécnica de Madrid (Spain), jul. 3-7, 2000, Madri, Espanha, v. 1, 504-508, 2000.

[40] DA COSTA, N. C. A.; ABE, J. M.; SUBRAHMANIAN, V. S. Remarks on Annotated Logic. **Zeitschrift fur Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik**, v. 37, p.561-570, 1991.

[41] DA COSTA, N. C. A.; ABE, J. M.; DA SILVA FILHO, J. I.; MUROLO, A. C.; LEITE, C. F. S. **Lógica Paraconsistente Aplicada**. São Paulo: Atlas, 1999.

[42] DA COSTA, N. C. A.; PRADO, J. P. A.; ABE, J. M.; ÁVIVA, B. C.; RILLO, M. Paralog: Um Prolog Paraconsistente Baseado Em Lógica Anotada. Coleção Documentos Série **Lógica e Teoria da Ciência**, col. Documentos, IEA - USP, São Paulo, n.18, p.1 - 28, 1995.

[43] DA SILVA FILHO, J. I. **Implementação de Circuitos Lógicos Fundamentados em Uma Classe de Lógicas Paraconsistentes Anotada**. 1997. 131 fl. Tese (Mestrado). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

[44] NAKAMATSU, K.; ABE, J.M.; SUZUKI, A. Defeasible Reasoning Between Conflicting Agents Based on VALPSN. AMERICAN ASSOCIATION FOR ARTIFICIAL INTELLIGENCE - AAAI'99, AAAI Press – American Association for Artificial Intelligence, Menlo Park, California, USA, p. 20-27, 1999.

[45] NAKAMATSU, K.; ABE, J.M.; SUZUKI, A. Annotated Semantics for Defeasible Deontic Reasoning, Rough Sets and Current Trends in Computing, THE SECOND INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROUGH SETS AND CURRENT TRENDS IN COMPUTING - RSCTC'2000. Banff, Canada, Lecture Notes in Artificial Intelligence series, LNAI 2005, Springer-Verlag, 470-478, 2000.

[46] SCALZITTI, A.; DA SILVA FILHO, J. A.; ABE. A Formalization for Signal Analysis of Information in Annotated Paraconsistent Logics. In: 2<sup>ND</sup> CONGRESS OF LOGIC APPLIED TO TECHNOLOGY – LAPTEC'2001. Frontiers in Artificial Intelligence and Applications, IOS Press, Amsterdam, v. 71, p.215-223, p. 286, 2001.

[47] SYLVAN, R. & ABE, J. M. On general annotated logics, with an introduction to full accounting logics. **Bulletin of Symbolic Logic**, n. 2, p. 118-119, 1996.

[48] DA SILVA FILHO, J. I. & ABE, J. M. **Fundamentos das Redes Neurais Paraconsistentes**: Destacando Aplicações em Neurocomputação. São Paulo: Arte & Ciência, 2001c.

[49] DA SILVA FILHO, J. I.; ABE, J. M.; LAMBERT-TORRES, G. **Inteligência Artificial com Redes de Análises Paraconsistentes**: Teoria e Aplicação. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

[50] ABE, J. M. & DA SILVA FILHO, J. I. A Para-Analyser Method to Increase Robot Availability Through Maintenance. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRIAL LOGISTIC 2001. **Anais...** 9-12 July 2001, Okinawa, Japan, p. 327-337, 2001.

[51] ABE, J. M. & DA SILVA FILHO, J. I. Simulating Inconsistencies in a Paraconsistent Logic Controller. In : FIFTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTING ANTICIPATORY SYSTEMS, CASYS'2001. CHAOS, Centre for Hyperincursion and Anticipation in Ordered Systems CHAOS asbl, Institut de Mathématique, Université de Liège, Liège, Belgium, 2001b.

[52] ABE, J. M. & J. I. DA SILVA FILHO, Manipulating Conflicts and Uncertainties in Robotics, **Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing**, Philadelphia, USA, Old City Publishing, v. 9, n. 2, p. 147-169, 2003.

[53] POLAROID, Manual do sensor de ultrassom com sistema POLAROID 500, 1996.

[54] DESIDERATO, J. M. G. & DE OLIVEIRA, E. N. **Primeiro Protótipo do Robô Móvel Autônomo Emmy III**. 2006. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso). Universidade Metodista de São Paulo, São Bernardo do Campo, SP.

[55] MARAN, L. H. C.; RIBA, P. A.; COLLETT, R. G.; DE SOUZA, R. R. **Mapeamento de um ambiente não estruturado para orientação de um robô móvel autônomo utilizando redes neurais paraconsistente**. 2006. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso). Universidade Metodista de São Paulo, São Bernardo do Campo.

[56] LEAL, B. R., DA SILVA, D. M. & VIEIRA D. B. **Segundo Protótipo do Robô Móvel Autônomo Emmy III**. 2009. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso). Universidade Metodista de São Paulo, São Bernardo do Campo, SP.

[57] BORENSTEIN, J. & KOREN, Y. The Vector field Histogram: Fast Obstacle Avoidance for Mobile Robots. **IEEE Journal of Robotics and Automation**. v. 7, p. 278-288, jun. de 1991.

[58] SHOVAL, S.; ULRICH, I.; BORENSTEIN, J. Robotics-Based Obstacle-Avoidance Systems for the Blind and Visually Impaired NavBelt and the GuideCane. **IEEE ROBOTICS & AUTOMATION MAGAZINE**, 9-20, mar. de 2003.

[59] ELFES, A. Using occupancy grids for mobile robot perception and navigation. **Comp. Mag.**, v. 22, n. 6, p. 46-57, jun. de 1989.

[60] BARRETO, G. A.; ARAÚJO, A. F. R.; ROSA, M. O. Algoritmo de Busca Heurística Usando Redes Neurais Competitivas para Planejamento Ótimo de Trajetória de um Robô Móvel. In: III CONGRESSO BRASILEIRO DE REDES NEURAIAS (CBRN'97). **Anais...** Florianópolis, SC, p. 408-413, 1997.

[61] DU Xin; CHEN Hua-hua; GU Wei-kang. Neural network and genetic algorithm based global path planning in a static environment. **Journal of Zhejiang University SCIENCE**, 6A(6) p.549-554, 2005.

[62] KUBOTA, N.; HISAJIMA, D.; KOJIMA, F.; FUKUDA, T. Fuzzy and Neural Computing for Communication of a Partner Robot. **Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing**, Philadelphia, USA, Old City Publishing, v. 9, Number 2, p. 221-239, 2003.

[63] MILLS, J. W.; WALKER, T.; HIMEBAUGH, B. Lukasiewicz' Insect: Continuous-Valued Robotic Control After Ten Years. **Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing**, Philadelphia, USA, Old City Publishing, v. 9, n. 2, p. 131-146, 2003.

[64] PRASSLER, E.; RITTER, A.; SCHAEFFER, C.; FIORINI, P. A Short History of Cleaning Robots. **Journal of Autonomous Robots**. Springer Netherlands, p. 211-226, 2004.

**Cláudio Rodrigo Torres** - Doutorado (2010) e Mestrado (2004) em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Itajubá. Graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade Santa Cecília (2000). Membro do Grupo de Lógica Paraconsistente Aplicada – GLPA e do Grupo Interdisciplinar de Gestão de Cidades. Atualmente é professor da Faculdade de Exatas e Tecnologia da Universidade Metodista de São Paulo.

**Lógica Paraconsistente em Tomadas de Decisão**  
**Método Paraconsistente de Decisão (MPD)**

Fábio Romeu de Carvalho  
Universidade Paulista – UNIP

**Resumo**

O objetivo deste capítulo é fazer um apanhado do que produzimos com relação à aplicação de lógica paraconsistente em tomadas de decisão, dando destaque ao resultado maior de nossa pesquisa: o Método Paraconsistente de Decisão (**MPD**).

Para isso, apresentamos os pontos mais utilizados da lógica paraconsistente anotada evidencial  $E\tau$ , com destaque para a conceituação de estado de verdade, estado de falsidade, estado inconsistência e estado de paracompleteza, e para as definições de grau de certeza e grau de incerteza. A partir desses conceitos, mostramos como é estabelecida a regra de decisão e o algoritmo para-analisador.

Para a edificação do dispositivo para tomadas de decisão, definimos dois operadores dessa lógica, que denominamos de **MÁX** (maximizante) e **MÍN** (minimizante) e que geram as chamadas regras de maximização e de minimização, respectivamente. Além disso, apresentamos os critérios adotados para a aplicação de um ou do outro.

Descrevemos o **MPD** em suas diferentes etapas e mostramos, de forma sucinta, um exemplo de sua aplicação. Finalmente, relatamos algumas aplicações do **MPD** com as

correspondentes referências bibliográficas, procurando evidenciar sua utilidade e o interesse que vem despertando na comunidade científica mundial.

**Palavras-chave:** Tomada de decisão, regra de decisão, algoritmo para-analisador, grau de certeza, nível de exigência.

### **Abstract**

The aim of this chapter is to do an overview of what we produced about the application of paraconsistent logic in decision making, emphasizing the main result obtained in our research: the Paraconsistent Decision Method (**PDM**).

For that, the more utilized paraconsistent annotated evidential logic  $E\tau$ 's points are introduced, detaching the concepts of truth state, falsity state, inconsistent state, paracomplete state, degree of certainty and degree of uncertainty. From these concepts, we show as the decision rule and the para-analyzer algorithm are established.

To build the device to do the decision making, we define two operators of that logic, which we called **MÁX** (*maximizer*) e **MÍN** (*minimizer*). From these operators originate the rules of maximization and of minimization, respectively. In addition to it, we present the adopted criterion for the application of each one.

Lastly, we describe the different phases of the **PDM** with its bibliographical references, making its usefulness evident and the world-wide scientific community interest about it.

**Keywords:** Decision making, rule of decision, para-analyzer algorithm, degree of certainty, level of requirement

## **1. Considerações Iniciais**

Durante o desenvolver do mestrado (quando nos dedicamos à lógica) e do doutorado (quando nos dedicamos a tomadas de decisão), estudamos e lemos bastante sobre teoria das decisões. Concentramos a atenção, destacadamente, nos processos de decisão adotados na Administração [31, 38], nas decisões utilizadas nas Organizações [37] e nos processos inerentes à Engenharia de Produção [25, 26, 36, 42].

Durante todo o percurso, observamos que, praticamente, todos os processos se preocupam em utilizar informações objetivas, coletadas no decorrer do tempo e catalogadas de certa forma; observei também que nenhum processo de decisão procurava usar informações mais intangíveis que decorrem do conhecimento, experiência, vivência, sensibilidade, intuição etc. dos especialistas nos diferentes assuntos.

Essas informações, geralmente não catalogadas, são de grande relevância nas decisões nas empresas. Tanto assim é que, em um bom número de casos, as decisões são tomadas pelo dirigente da empresa utilizando quase que exclusivamente sua experiência, com base em seu conhecimento e em sua intuição, adquiridos no decorrer dos anos. Portanto, o dirigente usa informações que estão em sua cabeça (cérebro) e em seu coração (sentimento, intuição), mas que não estão catalogadas em qualquer outro lugar.

Então, firmamos o propósito de encontrar uma maneira de usar essas informações (conhecimento, experiência, vivência, sensibilidade dos especialistas) nas tomadas de decisão, mas de forma que elas possam ser utilizadas sem participação direta do especialista, sem sua interferência, sem sua presença. Ou seja, a idéia era usar as informações decorrentes do conhecimento e da intuição das pessoas especialistas e vividas numa dada área para ajudar a outros nas tomadas de decisão.

Mas, como armazenar conhecimento, experiência, vivência, sensibilidade, intuição de uma pessoa, para que outros possam se utilizar desses ingredientes em suas tomadas de decisão? Afinal são valores bastante intangíveis.

Após muito pensar e pesquisar, vislumbramos a possibilidade de utilizar a lógica paraconsistente anotada evidencial  $E_t$ . Esta permite com que evidências (opiniões, pareceres, diagnósticos etc.) valiosas de pessoas especialistas possam ser armazenadas sob a forma de números. Dessa maneira, essas evidências, armazenadas sob a forma de números, passam a poder ser usadas por decisores não especialistas.

Alguns aspectos pareceram-nos relevantes nessa idéia. A lógica paraconsistente anotada evidencial  $E_t$  permite traduzir o *back-ground* de um especialista por meio dos graus de evidência favorável (ou de crença) e de graus de evidência contrária (ou de descrença), ou seja, por meio de números; permite também manipular esses dados mesmo que sejam inconsistentes, contraditórios ou paracompletos. Outro aspecto que julgamos relevante é que, uma vez colhidas as opiniões de especialistas por meio dos graus de evidência, essas informações passam a ser disponíveis a outras pessoas e por muito tempo, sem a necessidade da intervenção do especialista, evitando-lhe o trabalho e o incômodo de estar sendo chamado a intervir a toda necessidade. É, praticamente, uma perpetuação dessas opiniões, que poderão ajudar nas tomadas de decisão por muito tempo.

Sem detalhar demasiadamente, neste capítulo, vamos tentar apresentar o que chamamos de Método Paraconsistente de Decisão (MPD).

## 2. Noções da Lógica Paraconsistente Anotada evidencial $E\tau$

A lógica paraconsistente, cuja descoberta recente é atribuída ao brasileiro, Prof. Dr. Newton C. A. da Costa, é uma lógica rival da clássica, uma vez que derroga o princípio da não-contradição. Ou seja, aceita contradições (proposições da forma  $(\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{A})$ ) em sua estrutura sem se trivializar, ao contrário do que acontece com a clássica.

Como uma vertente dessa espécie de lógica, surgiu a paraconsistente anotada, decorrente de trabalhos de pesquisa de Da Costa, Subrahmanian e Vago [8], que fizeram o primeiro estudo sintático e semântico de tal lógica, completado por Abe [1]. Este, com seu grupo de pesquisas, avançou e, posteriormente, introduziu a lógica paraconsistente anotada evidencial  $E\tau$ .

Nesta, uma proposição  $\mathbf{p}$  é representada por  $\mathbf{p}_{(a; b)}$ , com  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  variando no intervalo fechado real  $[0, 1]$ . Portanto, o par  $(\mathbf{a}; \mathbf{b})$  pertence ao produto cartesiano  $[0, 1] \times [0, 1]$ . O número real  $\mathbf{a}$  traduz o grau de evidência favorável a  $\mathbf{p}$ , e  $\mathbf{b}$ , o grau de evidência contrária a  $\mathbf{p}$ . ( $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  são também chamados de grau de crença e grau de descrença em  $\mathbf{p}$ , respectivamente). O par  $\mu = (\mathbf{a}; \mathbf{b})$  é chamado de constante de anotação [13].

Assim, como valores extremos, temos: o par  $(1; 0)$  traduz o estado lógico chamado de verdade (V);  $(0; 1)$ , falsidade (F);  $(1; 1)$ , inconsistência (T), e o par  $(0; 0)$  traduz o estado lógico chamado de paracompleteza ( $\perp$ ).

O conjunto  $|\tau| = [0, 1] \times [0, 1]$  com a relação de ordem  $\leq^*$  constitui o reticulado das anotações ( $\leq^*$  é definida por  $((\mathbf{a}_1; \mathbf{b}_1), (\mathbf{a}_2; \mathbf{b}_2)) \in \leq^* \Leftrightarrow \mathbf{a}_1 \leq \mathbf{a}_2 \text{ e } \mathbf{b}_1 \leq \mathbf{b}_2$ ).

Representado no plano cartesiano, o reticulado das anotações define o chamado quadrado unitário do plano cartesiano (Figura I).

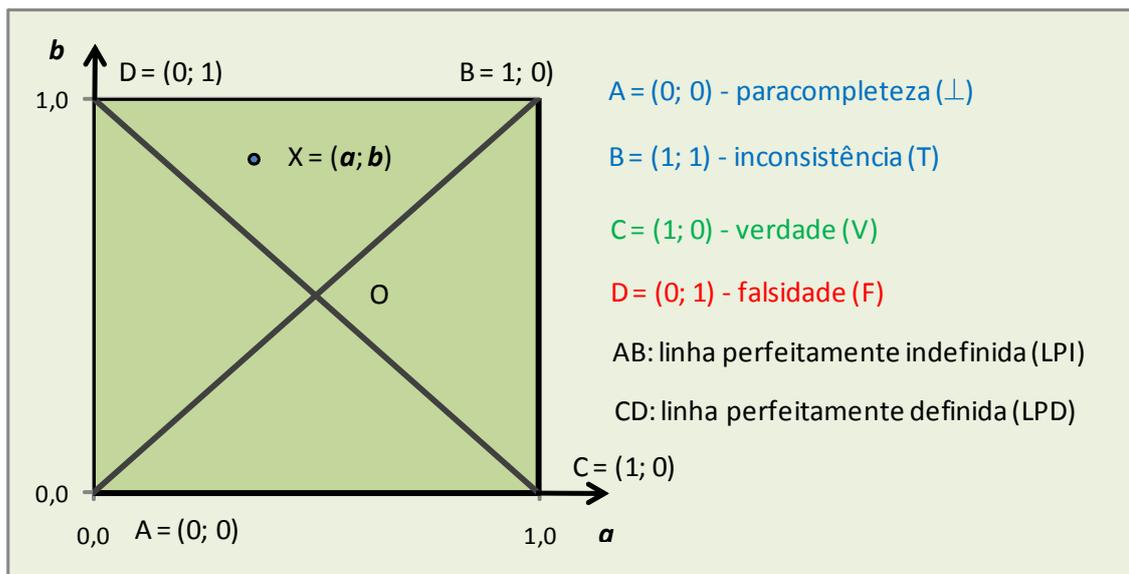
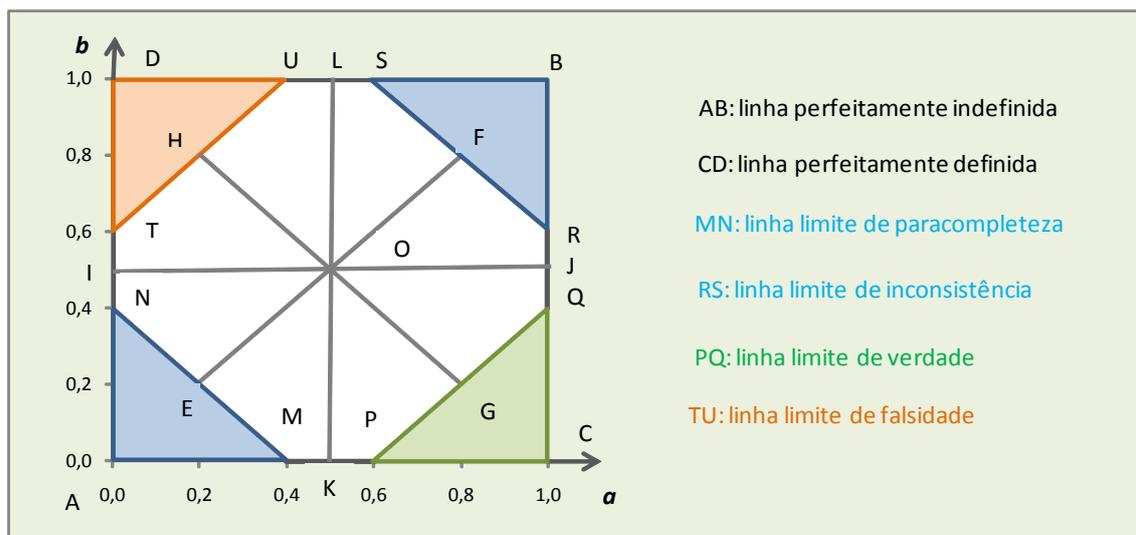


Figura I - Quadrado unitário do plano cartesiano

Para uma dada constante de anotação  $\mu = (a; b)$ , são definidos:  $G(a; b) = a + b - 1$ , chamado **grau de incerteza**, e  $H(a; b) = a - b$ , chamado **grau de certeza**.

O segmento CD, para o qual  $G = 0$ , é chamado de linha perfeitamente definida (LPD); AB, para o qual  $H = 0$ , chama-se linha perfeitamente indefinida (LPI).

O quadrado unitário do plano cartesiano pode ser dividido em regiões que traduzem estados lógicos com características diferentes. Uma divisão que atribui ao reticulado que ele representa uma caracterização interessante e conveniente é a que se obtém por meio das chamadas linhas limites (Figura II), dividindo-o em doze regiões.



**Figura II** - Divisão do quadrado unitário do plano cartesiano em doze regiões

Dessas doze regiões, destacam-se as quatro regiões extremas: região de verdade (CPQ), região de falsidade (DTU), região de paracompleteza (AMN) e região de inconsistência (BRS).

### 3. Operadores da Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial: NOT, MÁX e MÍN

O operador **NOT** é definido por  $\text{NOT}(a; b) = (b; a)$ .

Numericamente:  $\text{NOT}(0,8; 0,3) = (0,3; 0,8)$

Notemos que:  $\text{NOT}(T) = T$ ;  $\text{NOT}(\perp) = \perp$ ;  $\text{NOT}(V) = F$  e  $\text{NOT}(F) = V$ .

Então:  $\neg p_{(0,8; 0,3)} = p_{(0,3; 0,8)} = p_{[\sim (0,8; 0,3)]}$ .

O operador **MÁX** (que será chamado de **maximizante**) é definido para ser aplicado a um grupo de **n** anotações ( $n \geq 1$ ); atua de modo a **maximizar** o grau de certeza ( $H = a - b$ )

desse grupo de anotações, selecionando a melhor evidência favorável (maior valor de  $a$ ) e a melhor evidência contrária (menor valor de  $b$ ). Ele é definido da seguinte forma:

$$\mathbf{MÁX} \{(a_1; b_1), (a_2; b_2), \dots (a_n; b_n)\} = (\text{máx}\{a_1, a_2, \dots, a_n\}; \text{mín}\{b_1, b_2, \dots, b_n\})$$

O operador **MÍN** (que será chamado de **minimizante**) é definido para ser aplicado a um grupo de  $n$  anotações ( $n \geq 1$ ); atua de modo a **minimizar** o grau de certeza ( $H = a - b$ ) desse grupo de anotações, selecionando a pior evidência favorável (menor valor de  $a$ ) e a pior evidência contrária (maior valor de  $b$ ). Ele é definido da seguinte forma:

$$\mathbf{MÍN} \{(a_1; b_1), (a_2; b_2), \dots (a_n; b_n)\} = (\text{mín}\{a_1, a_2, \dots, a_n\}; \text{máx}\{b_1, b_2, \dots, b_n\})$$

Sendo  $\mu_1 = (a_1; b_1)$ ,  $\mu_2 = (a_2; b_2)$  e  $a_1 \leq a_2$  e  $b_1 \leq b_2$ , decorre que

$$\mathbf{MÁX} \{\mu_1, \mu_2\} = \mathbf{MÁX} \{(a_1; b_1), (a_2; b_2)\} = (a_2; b_1) \text{ e}$$

$$\mathbf{MÍN} \{\mu_1, \mu_2\} = \mathbf{MÍN} \{(a_1; b_1), (a_2; b_2)\} = (a_1; b_2).$$

Nas aplicações dos operadores **MÁX** e **MÍN** em estudo de casos reais, para o auxílio nas tomadas de decisão, alguns detalhes devem ser observados.

Como já vimos, o operador **MÁX** tem o sentido de fazer a **maximização** do grau de certeza para um conjunto de anotações. Portanto, deve ser aplicado em situações em que os dois ou mais itens considerados **não são todos determinantes**, bastando que um deles tenha condição favorável para se considerar satisfatório o resultado da análise.

O operador **MÍN** tem o sentido de fazer a **minimização** do grau de certeza para um conjunto de anotações. Portanto, ele deve ser aplicado em situações em que os dois ou mais itens considerados **são todos determinantes**, sendo indispensável que todos apresentem condições favoráveis para que se possa considerar o resultado da análise satisfatório.

Normalmente, o que se faz, ao se projetar a análise de uma situação real, é separar os itens pesquisados (ou os especialistas) em grupos. Estes devem ser constituídos de tal forma que:

a) a existência de um item (ou um especialista) dentro de cada grupo com condição favorável seja suficiente para se considerar o resultado do grupo como satisfatório;

b) haja tantos grupos quanto for o número mínimo de itens (ou de especialistas) que devem ter condições favoráveis para se considerar o resultado da pesquisa como satisfatório.

Feita esta divisão, aplica-se o operador **MÁX** dentro de cada grupo (intragrupo) e, depois, o operador **MÍN** entre os resultados obtidos nos grupos (entre grupos).

Por exemplo, consideremos um conjunto de quatro especialistas, distribuídos em dois grupos: A, pelos especialistas  $E_1$  e  $E_2$ , e B, pelos especialistas  $E_3$  e  $E_4$ .

Sendo assim, aplica-se a regra de maximização (operador **MÁX**) dentro de cada grupo (intragrupo) e a regra de minimização (operador **MÍN**) para os resultados obtidos nos dois grupos (entre grupos). A aplicação das regras, neste caso, fica assim:

$$\mathbf{MÍN} \{ \mathbf{MÁX} [(E_1), (E_2)]; \mathbf{MÁX} [(E_3), (E_4)] \} \text{ ou } \mathbf{MÍN} \{ [G_A]; [G_B] \}$$

Esta maneira de aplicar as regras de maximização e de minimização para tomadas de decisão é conhecida como **princípio do mín/máx** ou de decisão otimista, pois minimiza o maior grau de certeza [37].

A aplicação desses operadores permite determinar possíveis inconsistências da base de dados e verificar até que ponto elas são aceitáveis ou não em tomadas de decisão.

A lógica paraconsistente anotada evidencial  $E\tau$ , embora de descoberta muito recente, vem encontrando aplicações em diversos campos de atividades. Acredita-se que a adequação da lógica  $E\tau$  a essas aplicações se deva ao fato de permitir que se trabalhe com bases de conhecimentos contendo dados imprecisos, inconsistentes e paracompletos, mas não triviais. De fato, na maioria das vezes, quando se faz uma pesquisa entre clientes ou fornecedores ou mesmo entre especialistas, as informações obtidas são vagas ou nem sempre são consistentes e pode-se mesmo deparar com dados incompletos. Dessa forma, para se tratar uma base de dados com essas características, é conveniente uma ferramenta que seja de simples aplicação, eficiente e, de preferência, seja facilmente informatizada. E este é exatamente o perfil da lógica  $E\tau$ . Por intermédio dela consegue-se analisar os dados, apesar de imprecisos, inconsistentes e paracompletos, filtrá-los e chegar a um resultado final que, analisado no reticulado  $\tau$ , permitirá uma conclusão.

#### **4. As Regiões de Decisão e a Regra de Decisão**

Na Figura II, vimos o quadrado unitário do plano cartesiano ser dividido em doze regiões. Destas, destacam-se quatro regiões extremas.

Nas regiões AMN e BRS, o módulo do grau de incerteza tem valor alto (próximo de 1) e o módulo do grau de certeza é baixo (próximo de zero). Na representação da Figura II,  $|G| \geq 0,6$  e  $|H| < 0,6$ . Portanto, os pontos  $X = (\mathbf{a}; \mathbf{b})$  dessas duas regiões traduzem estados lógicos de alta incerteza (inconsistência (ou contradição) ou paracompleteza), mas de pouca certeza. Sendo assim, não se prestam para tomadas de decisão, uma vez que apenas acusam que os dados que levaram ao par  $(\mathbf{a}; \mathbf{b})$  apresentam alta incerteza.

Nas regiões CPQ e DTU ocorre exatamente o contrário: o módulo do grau de incerteza tem valor baixo (próximo de 0) e o módulo do grau de certeza é alto (próximo de 1). Na representação da Figura II,  $|G| < 0,6$  e  $|H| \geq 0,6$ . Portanto, os pontos  $X = (a; b)$  dessas duas regiões traduzem estados lógicos de baixa incerteza (contradição (ou inconsistência) ou paracompleteza), mas de alta certeza (verdade ou falsidade). Sendo assim, elas se prestam para tomadas de decisão, pois traduzem um alto grau de certeza no empreendimento que se está analisando.

Por isso, elas foram chamadas de regiões de decisão. A região CPQ, na qual o grau de certeza associado a um ponto  $X = (a; b)$  a ela pertencente tem módulo alto e positivo (próximo de 1), é chamada de região de verdade. A certeza obtida das informações é alta e favorável ao sucesso do empreendimento, daí ser a região de decisão favorável.

A outra, DTU, na qual o grau de certeza também tem módulo alto e negativo (próximo de -1), é chamada de região de falsidade. A certeza obtida das informações é alta, mas desfavorável (contrária) ao sucesso do empreendimento, daí ser a região de decisão desfavorável (ou contrária).

Observemos que há um valor do módulo do grau de certeza ( $|H|$ ) que define as regiões de verdade e de falsidade. No caso da Figura II, esse valor é 0,6.

Portanto, se o grau de certeza resulta igual ou maior que 0,6 ( $H \geq 0,6$ ), o estado lógico resultante  $X = (a; b)$  está próximo do estado extremo (ou cardeal) de verdade (ponto C) e dizemos que a decisão é favorável (o empreendimento é viável).

Caso contrário, se o grau de certeza resulta igual ou menor que  $-0,6$  ( $H \leq -0,6$ ), o estado lógico resultante  $X = (a; b)$  está próximo do estado extremo (ou cardeal) de falsidade (ponto D) e dizemos que a decisão é desfavorável (o empreendimento é inviável).

Observemos também que, quanto maior for o valor do módulo do grau de certeza ( $|H|$ ) que define as regiões de decisão, menor são essas regiões, ou seja, mais exigente se torna a decisão. Exatamente por isso, o módulo do grau de certeza ( $|H|$ ) que define as regiões de decisão foi chamado de **nível de exigência** (NE).

Dessa forma, a regra de decisão pode ser escrita da seguinte maneira:

**$H \geq NE \Rightarrow$  decisão favorável (o empreendimento é viável);**

**$H \leq -NE \Rightarrow$  decisão desfavorável (o empreendimento é inviável);**

**$-NE < H < NE \Rightarrow$  análise não conclusiva.**

O quadrado unitário do plano cartesiano dividido em regiões como na Figura II, por exemplo, é chamado de algoritmo para-analisador. De fato, cada região da Figura II traduz um conjunto de estados lógicos que determinam a tendência da situação analisada, como resumido na Tabela I.

**Tabela I** – Resumo da análise de doze regiões do quadrado unitário do plano cartesiano (QUPC)

Região	$a$	$b$	$G_{\text{contr}}$	$H_{\text{cert}}$	Descrição	Representação
	[0; 0,4 ]	[0; 0,4]	[-1; -0,6]	[-0,4; 0,4]	Paracompleteza (ou Indeterminação)	$\perp$
<b>AMN</b>						
<b>BRS</b>	[0,6; 1]	[0,6; 1]	[0,6; 1]	[-0,4; 0,4]	Inconsistência	$\top$
<b>CPQ</b>	[0,6; 1]	[0; 0,4]	[-0,4; 0,4]	[0,6; 1]	Verdade	V
<b>DTU</b>	[0; 0,4]	[0,6; 1]	[-0,4; 0,4]	[-1; -0,6]	Falsidade	F
<b>OFSL</b>	[0,5; 0,8 [	[0,5; 1]	[0; 0,6 [	[ -0,5; 0 [	Quase inconsistência tendendo à falsidade	$Q\top \rightarrow F$
<b>OHUL</b>	] 0,2; 0,5 [	[0,5; 1]	[0; 0,5 [	] -0,6; 0 [	Quase falsidade tendendo à inconsistência	$QF \rightarrow \top$
<b>OHTI</b>	[0; 0,5 [	] 0,5; 0,8 [	[ -0,5; 0 [	] -0,6; 0 [	Quase falsidade tendendo à paracompleteza	$QF \rightarrow \perp$
<b>OENI</b>	[0; 0,5 [	] 0,2; 0,5[	] -0,6; 0 [	] -0,5; 0 [	Quase paracompleteza tendendo à falsidade	$Q\perp \rightarrow F$
<b>OEMK</b>	] 0,2; 0,5 [	[0; 0,5 [	] -0,6; 0 [	[0; 0,5 [	Quase paracompleteza tendendo à verdade	$Q\perp \rightarrow V$
<b>OGPK</b>	[0,5; 0,8 [	[0; 0,5 [	[ -0,5; 0 [	[0; 0,6 [	Quase verdade tendendo à paracompleteza	$QV \rightarrow \perp$
<b>OGQJ</b>	[0,5; 1 ]	] 0,2; 0,5 [	[0; 0,5 [	[0; 0,6 [	Quase verdade tendendo à inconsistência	$QV \rightarrow \top$

## 5. O Método Paraconsistente de Decisão (MPD)

Toda decisão sensata deve ser baseada em uma grande série de fatores que podem influenciar no empreendimento em análise. Destes, cada um vai influenciar de uma maneira, dando indicação pela viabilidade (decisão favorável) ou pela inviabilidade (decisão desfavorável) do empreendimento ou, ainda, o fator pode se mostrar não conclusivo, não dando indicação, nem favorável e nem contrária. Isso fica bem perceptível quando se utiliza o algoritmo para-analisador, ou seja, quando os valores dos graus de evidência favorável (ou graus de crença) ( $a_{i,R}$ ) e dos graus de evidência contrária (ou graus de descrença) ( $b_{i,R}$ ), resultantes para cada fator, são plotados de modo que cada fator fique representado por um ponto  $\mathbf{X} = (a; b)$  do reticulado  $\tau$ .

Entretanto, trabalhar com um número muito grande de fatores não é razoável, pois tornaria o método exaustivo e dispendioso. Assim, o que se propõe é escolher e utilizar apenas os mais importantes, os de maior influência na decisão, dentro do limite da racionalidade limitada preconizada por Simon, “que trabalha com um modelo simplificado da realidade, considerando que muitos aspectos da realidade são substancialmente irrelevantes em dado instante; ele efetua sua escolha de alternativa baseado no padrão satisfatório da situação real considerando apenas alguns dos fatores mais relevantes e cruciais” [37].

Normalmente, saber como é a influência isolada de cada fator não apresenta interesse relevante. O que realmente interessa na análise da viabilidade de um empreendimento é a influência conjunta de todos os fatores escolhidos, que é traduzida por um estado lógico final que denominamos **baricentro** ( $\mathbf{W}$ ). Este é representado por um ponto  $\mathbf{W}$  do

reticulado  $\tau$ , cujas coordenadas ( $\mathbf{a}_w$  e  $\mathbf{b}_w$ ) são determinadas pela média ponderada das coordenadas do pontos  $\mathbf{X}_i = (\mathbf{a}_{i,R}, \mathbf{b}_{i,R})$  de  $\tau$ , que traduzem a influência resultante de cada um dos fatores, isoladamente.

### **5.1. Etapas do Método Paraconsistente de Decisão**

O Método Paraconsistente de Decisão (MPD) consiste de oito etapas, aqui apenas apresentadas, mas que serão detalhadas na seqüência do texto.

- 1) Fixar o nível de exigência (NE) da decisão que se pretende tomar.
- 2) Selecionar os fatores ( $F_i$ ) mais importantes e de maior influência na decisão.
- 3) Estabelecer as seções ( $S_j$ ) para cada um dos fatores (podem ser estabelecidas três, quatro, cinco ou mais seções, dependendo do caso e da detalhamento desejado).
- 4) Construir a base de dados, que é constituída pelos pesos ( $P_i$ ) atribuídos aos fatores (quando se quer distingui-los pela importância) e pelos valores da evidência favorável (ou grau de crença) ( $\mathbf{a}$ ) e da evidência contrária (ou grau de descrença) ( $\mathbf{b}$ ) atribuídos a cada um dos fatores em cada uma das seções; os pesos e os valores das evidências são atribuídos por especialistas escolhidos convenientemente para opinar. (A base de dados pode, também, ser construída com dados estatísticos armazenados, obtidos em experiências anteriores na realização de empreendimentos similares).
- 5) Fazer a pesquisa de campo (ou levantamento de dados) para verificar, no caso em análise, em que seção (condição) cada um dos fatores se encontra.

- 6) Obter o valor do grau de evidência favorável ( $a_{i,R}$ ) e o valor do grau de evidência contrária ( $b_{i,R}$ ), resultantes para cada um dos fatores ( $F_i$ ), com  $1 \leq i \leq n$ , escolhidos, nas seções encontradas na pesquisa ( $S_{pj}$ ), por meio de aplicações das técnicas de maximização (operador **MÁX**) e de minimização (operador **MÍN**) da lógica  $E\tau$ .
- 7) Obter o grau de evidência favorável ( $a_w$ ) e o grau de evidência contrária ( $b_w$ ) do baricentro dos pontos que representam os fatores escolhidos no reticulado  $\tau$ .
- 8) Tomar a decisão, aplicando-se a regra de decisão ou o algoritmo para-analisador.

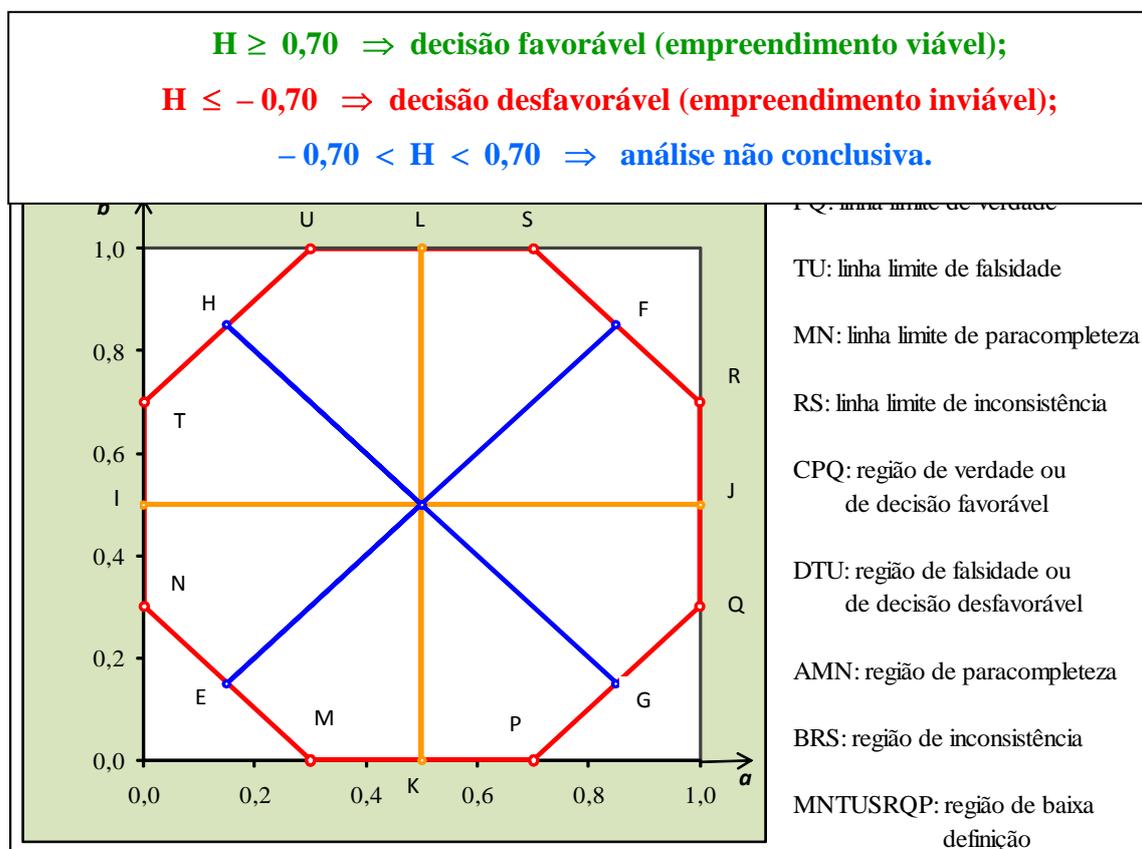
## **5.2. Detalhamento das Etapas do Método Paraconsistente de Decisão (MPD)**

Para se fazer uma análise de viabilidade de um empreendimento para uma tomada de decisão, o planejamento fica sob a coordenação uma determinada pessoa (o próprio empresário, um engenheiro, um consultor etc.). Esta trabalhará os dados de tal forma a "traduzi-los" para a linguagem da lógica  $E\tau$ , permitindo, assim, uma "plotagem" adequada às análises do ferramental oferecido por essa lógica.

### **5.2.1. Fixação do Nível de Exigência**

A primeira tarefa é fixar o nível de exigência da decisão a ser tomada, o qual depende da segurança que se pretende para a decisão, da responsabilidade que ela implica, do montante do investimento em jogo, do envolvimento ou não de risco para vidas humanas ou para o meio ambiente etc.

Quando fixamos o nível de exigência da decisão, automaticamente são definidas as regiões de decisão e, por consequência, também a regra de decisão e o algoritmo para-analisador. Por exemplo, se for fixado o nível de exigência igual a 0,70 (ou seja, se for estabelecido que a decisão somente será tomada quando o módulo da diferença entre os graus de evidência favorável e de evidência contrária do baricentro for, no mínimo, igual a 0,70), a regra de decisão e o algoritmo para-analisador serão os representados na Figura III.



**Figura III** – Regra de decisão e algoritmo para-analisador, para nível de exigência 0,70.

### 5.2.2. Escolha dos Fatores de Influência

A segunda tarefa é pesquisar e verificar quais são os fatores que influem no sucesso (ou fracasso) do empreendimento, por meio de consultas a pessoal que milita em instituição de

mesmo ramo ou de ramo similar, a compêndios especializados, a especialistas no assunto, a outros projetos do mesmo empreendimento ou de empreendimentos similares etc.

Pesquisados os fatores que influem no sucesso (ou fracasso) do empreendimento, devemos selecionar os  $n$  fatores  $F_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) mais importantes e de maior influência, ou seja, aqueles cujas condições afetam acentuadamente a viabilidade do empreendimento. Se os fatores escolhidos podem influir de maneiras diferentes ou se têm importâncias diferentes na decisão, essas diferenças poderão ser compensadas pela atribuição de pesos diferentes a cada um dos fatores escolhidos.

### **5.2.3. Estabelecimento das Seções para cada Fator**

A missão seguinte é estabelecer as  $s$  seções  $S_{i,j}$  ( $1 \leq j \leq s$ ), que traduzem as condições em que cada fator poderá ser encontrado. Então, dependendo do refinamento que pretende dar à análise, podemos fixar mais (ou menos) seções.

Optando-se por fixar três seções, elas serão:

- $S_1$  – o fator está em condição **favorável** ao empreendimento;
- $S_2$  – o fator está em condição **indiferente** ao empreendimento;
- $S_3$  – o fator está em condição **desfavorável** ao empreendimento.

Se optarmos por fixar cinco seções, elas serão:

- $S_1$  – o fator está em condição **muito favorável** ao empreendimento;
- $S_2$  – o fator está em condição **favorável** ao empreendimento;
- $S_3$  – o fator está em condição **indiferente** ao empreendimento;
- $S_4$  – o fator está em condição **desfavorável** ao empreendimento;

$S_5$  – o fator está em condição **muito desfavorável** ao empreendimento.

#### **5.2.4. Construção da Base de Dados**

Uma tarefa importante é a construção da base de dados. Para isso, devemos escolher  $m$  especialistas  $E_k$  ( $1 \leq k \leq m$ ), da área ou de áreas afins. Na escolha dos especialistas, se possível, deve-se procurar pessoas com formações diferentes, para que a atribuição de valores não seja decorrente de uma única linha de pensamento.

Notemos que o processo apresenta uma grande versatilidade, uma vez que permite a escolha de mais (ou menos) fatores de influência, permite o estabelecimento de três ou mais seções para cada fator, como também a utilização de um número maior (ou menor) de especialistas. Embora o processo permita, não é aconselhável a utilização de menos de quatro especialistas, para que o resultado não fique dotado de muita subjetividade.

Primeiramente, os especialistas dirão se, dentre os fatores escolhidos, há distinção quanto à importância. Se não houver, será atribuído o peso igual a 1 (um) para todos; se houver, cada especialista atribuirá a cada fator o peso  $q_{i,k}$  que julgar adequado, levando-se em conta a importância do fator em relação aos outros na decisão que será tomada.

$q_{i,k}$  = peso atribuído pelo especialista  $k$  ao fator  $i$ .

Na atribuição desses pesos, algumas restrições podem ser impostas, como, por exemplo, que os pesos devam ser números inteiros positivos e que pertençam ao intervalo  $[1, 10]$ . Atribuídos os pesos a todos os fatores por todos os especialistas convocados, adotar-se-á como peso final  $P_i$  de cada fator a média aritmética dos pesos atribuídos pelos especialistas.

$$P_i = \frac{\sum_{k=1}^m q_{i,k}}{m} = \text{peso do fator } i \text{ devido a todos os especialistas.} \quad (\text{I})$$

Observemos que há a possibilidade de os especialistas serem distinguidos conforme o *background* (prática, experiência, conhecimento) de cada um, atribuindo-se a eles pesos diferentes  $r_k$ . Nesse caso, o peso final  $P_i$  de cada fator deixaria de ser uma média aritmética e passaria a ser uma média ponderada.

$r_k$  = peso atribuído pelo engenheiro do conhecimento ao especialista  $k$ .

$$P_i = \frac{\sum_{k=1}^m r_k q_{i,k}}{\sum_{k=1}^m r_k} = \text{peso do fator } i \text{ devido a todos os especialistas.} \quad (\text{II})$$

Essa é apenas uma nuance do método, mostrando a sua versatilidade e a grande quantidade de opções que dá ao usuário.

A tarefa seguinte para construir a base de dados é solicitar aos especialistas que atribuam o grau de evidência favorável (ou grau de crença) ( $a$ ) e o grau de evidência contrária (ou grau de descrença) ( $b$ ) a cada um dos fatores nas condições em que poderá ser encontrado, as quais são caracterizadas pelas seções estabelecidas.

Cada par ordenado  $(a_{i,j,k}; b_{i,j,k})$  formado pelos valores dos graus de evidência favorável e contrária, atribuídos por um especialista  $E_k$  a um fator  $F_i$  dentro da condição definida por uma seção  $S_j$ , constitui uma anotação simbolizada por  $\mu_{i,j,k}$ .

A base de dados é constituída pela matriz dos pesos, matriz coluna de  $n$  linhas, formada pelos pesos médios  $P_i$  dos fatores, e pela matriz das anotações  $\mu_{i,j,k}$  (anotações bivaloradas) com  $n \times s$  linhas e  $m$  colunas, ou seja, com  $n \times s \times m$  elementos. Portanto, é formada por

todas as anotações que os  $m$  especialistas atribuem a cada um dos  $n$  fatores dentro das condições definidas pelas  $s$  seções.

A matriz  $[\mu_{i,j,k}]$  pode ser representada por  $[(a_{i,j,k}; b_{i,j,k})]$ , uma vez que cada um de seus elementos  $\mu_{i,j,k}$  é um par ordenado da forma  $(a_{i,j,k}; b_{i,j,k})$ .

Por exemplo, numa situação com quatro especialistas ( $m = 4$ ), cinco fatores ( $n = 5$ ) e três seções para cada fator ( $s = 3$ ), a matriz dos pesos,  $M_P$ , é um matriz coluna de 5 linhas ( $n = 5$ ) e a matriz das anotações,  $M_A$ , é da forma  $15 \times 4$  ( $n \times s = 5 \times 3 = 15$  e  $m = 4$ ) como está indicado na Tabela II.

### **5.2.5. Pesquisa de Campo**

Até aqui já completamos o dispositivo de tomadas de decisão. Portanto, já estamos aptos a aplicar o método e chegar à decisão final, usando informações que serão coletadas por meio de pesquisa sobre a condição (definida pela seção) de cada fator de influência. Portanto, o passo seguinte é fazer a pesquisa de campo e verificar qual é a condição real de cada um dos fatores de influência, ou seja, é pesquisar em que seção  $S_{i,j}$  cada fator  $F_i$  se encontra.

Feita essa pesquisa, obtemos um conjunto de  $n$  seções resultantes da pesquisa,  $S_{i,j_p}$ , com  $1 \leq i \leq n$ , uma para cada fator, que traduzem em que condições reais os fatores se encontram ( $j_p$  traduz o particular valor de  $j$ ,  $1 \leq i \leq s$ , que foi obtido na pesquisa para o fator  $i$ ). Esses  $n$  valores das seções resultantes da pesquisa constituem uma matriz coluna de  $n$  linhas. Com esse resultado podemos buscar na base de dados as opiniões dos especialistas sobre a viabilidade do empreendimento nas condições em que os fatores se encontram.

Dessa forma, da base de dados podemos destacar outra matriz, subconjunto dela, que será chamada de matriz dos dados pesquisados,  $[\lambda_{i,k}]$ , de **n** linhas e **m** colunas, constituída pelas linhas de  $M_A$  correspondentes às seções  $S_{i,jp}$  obtidas na pesquisa.

### **5.2.6. Cálculo das Anotações Resultantes**

Uma providência precisa ser tomada: dividir os especialistas em grupos segundo critérios adotados pelo decisor.

Na constituição dos grupos de especialista para aplicação dos operadores **MÁX** e **MÍN** em estudo de casos reais de auxílio às tomadas de decisão, alguns detalhes devem ser observados.

O operador **MÁX** tem o sentido de fazer a maximização do grau de certeza dentro de um conjunto de anotações, escolhendo o maior grau de evidência favorável e o menor grau de evidência contrária. Portanto, deve ser aplicado em situações em que as opiniões de dois ou mais especialistas (ou itens pesquisados) não são todas determinantes, bastando a opinião favorável de apenas um deles para se considerar o resultado do grupo satisfatório. Assim, se entre os especialistas houver um que mereça especial destaque no assunto, ele deve ficar sozinho em um grupo, para que sua opinião seja necessariamente considerada. Mas, se houver dois especialistas de mesmo nível e atuantes na mesma área ou em áreas correlatas, os dois podem ser colocados no mesmo grupo, pois, se a opinião de um for satisfatória, já é suficiente para se considerar a opinião desse grupo como favorável ao empreendimento.

O operador **MÍN**, que tem o sentido de fazer a minimização do grau de certeza dentro de um conjunto de anotações, escolhendo o menor grau de evidência favorável e o maior grau

de evidência contrária. Portanto, deve ser aplicado em situações em que as opiniões dos dois ou mais especialistas (ou itens pesquisados) são todas determinantes, sendo indispensável que todas sejam favoráveis para que se possa considerar o resultado da análise satisfatório.

Um exemplo que pode esclarecer a formação dos grupos é o seguinte. Imagine os quatro setores de um time de futebol: o goleiro (um jogador com o número 1), a defesa (quatro jogadores numerados de 2 a 5), o meio de campo (três jogadores numerados de 6 a 8) e o ataque (três jogadores numerados de 9 a 11). É o que os futebolistas chamam de esquema 4-3-3.

Um técnico entende que, para que o time seja ótimo, deve ter um jogador ótimo em cada setor, ou seja, goleiro ótimo, um defensor ótimo, um meio campista ótimo e um atacante ótimo. Portanto, cada setor (grupo) é julgado pelo seu jogador de maior qualidade, sugerindo que dentro de cada grupo (setor) seja aplicada a maximização.

Assim, numa análise da viabilidade do time, os grupos já estão naturalmente constituídos. O goleiro, que é único no setor, constitui um grupo (A); os quatro da defesa constituem outro grupo (B), pois basta que um deles seja ótimo para atender à exigência de o time ser ótimo; analogamente, os três do meio campo constituem o terceiro grupo (C) e os três atacantes, o quarto grupo (D).

Por outro lado, se todos os setores do time forem ótimos, ele será considerado ótimo; mas se, pelo menos um setor não for ótimo, esse setor definirá a categoria do time. Se ele for bom, o time será apenas bom, apesar de ter os outros três setores ótimos; se for médio, o time será médio; e assim sucessivamente. Portanto, o time é julgado pelo setor de pior qualidade, o que sugere a aplicação da regra de minimização entre os grupos (setores).

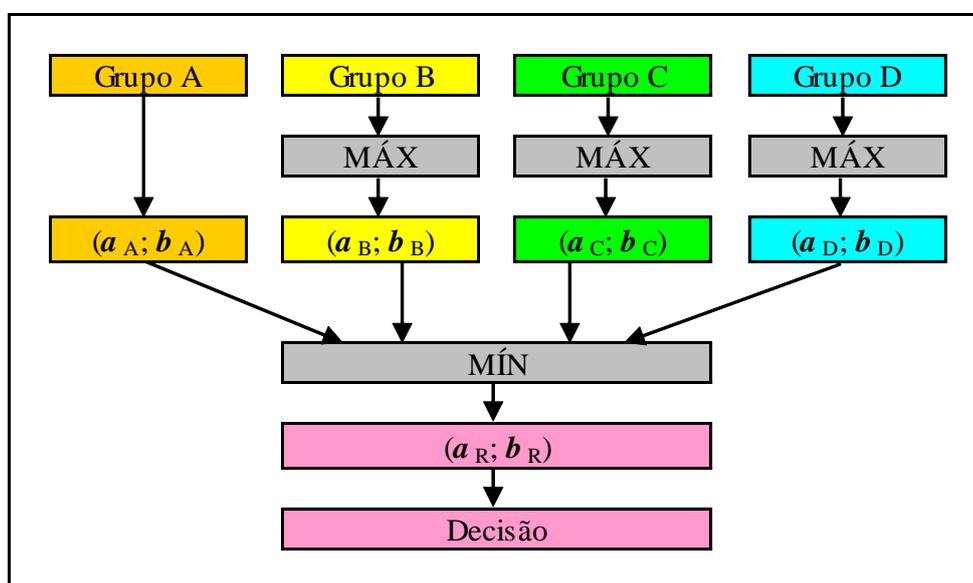
Com base no exposto, concluímos que a distribuição dos grupos e a aplicação dos operadores **MÁX** e **MÍN** ficam assim definidos:

**MÍN** {[Grupo A], [Grupo B], [Grupo C], [Grupo D]} ou

**MÍN** {[1], **MÁX** [2, 3, 4, 5], **MÁX** [6, 7, 8], **MÁX** [9, 10, 11]} ou

**MÍN** [( $a_A; b_A$ ), [( $a_B; b_B$ ), [( $a_C; b_C$ ), [( $a_D; b_D$ )]]

que pode ser representado pelo esquema da Figura IV.



**Figura IV** – Esquema da aplicação dos operadores **MÁX** e **MÍN**

Observemos que a influência do goleiro é muito acentuada, porque ele determina sozinho o resultado do grupo A.

A importância da análise de uma situação real por meio dos operadores **MÁX** e **MÍN** está no fato de que, mesmo que as condições analisadas apresentem resultados contraditórios, estes são levados em conta. Isto significa que este método aceita bases de dados que apresentam contradições, ou seja, consegue lidar com situações incertas (inconsistentes ou paracompletas).

A aplicação destes operadores permite determinar os valores da evidência favorável ( $\mathbf{a}_{i,R}$ ) e da evidência contrária ( $\mathbf{b}_{i,R}$ ), com  $1 \leq i \leq \mathbf{n}$ , resultantes, para cada fator  $F_i$ , na seção  $S_{i,jp}$  encontrada na pesquisa.

Lembrando que cada anotação ( $\lambda$ ) é, neste trabalho, um par ordenado da forma ( $\mathbf{a}; \mathbf{b}$ ), concluímos que a matriz  $[\lambda_{i,k}]$  dos dados pesquisados pode ser representada por  $[(\mathbf{a}_{i,k}; \mathbf{b}_{i,k})]$ , conforme Tabela II.

Suponhamos que os  $\mathbf{m}$  especialistas sejam distribuídos em  $\mathbf{p}$  grupos  $G_h$ , com  $1 \leq h \leq \mathbf{p}$ ,

cada um com  $g_h$  especialistas, sendo  $\sum_{h=1}^{\mathbf{p}} g_h = \mathbf{m}$ .

Assim, o grupo  $G_h$  será constituído pelos seguintes  $g_h$  especialistas:  $E_{1h}, E_{2h}, \dots, E_{g_hh}$ . Então, a aplicação da regra de maximização dentro de grupo  $G_h$  (intragrupo), pode ser assim esquematizada:

$$\mathbf{MÁX} [(E_{1h}), (E_{2h}), \dots (E_{g_hh})] \text{ ou}$$

$$\mathbf{MÁX} [(\mathbf{a}_{i,1h}; \mathbf{b}_{i,1h}), (\mathbf{a}_{i,2h}; \mathbf{b}_{i,2h}), \dots (\mathbf{a}_{i,g_hh}; \mathbf{b}_{i,g_hh})]$$

Como resultado dessa maximização obtém-se o par ordenado  $(\mathbf{a}_{i,h}; \mathbf{b}_{i,h})$ , no qual

$$\mathbf{a}_{i,h} = \mathbf{máx}. \{ \mathbf{a}_{i,1h}, \mathbf{a}_{i,2h}, \dots, \mathbf{a}_{i,g_hh} \} \text{ e } \mathbf{b}_{i,h} = \mathbf{mín}. \{ \mathbf{b}_{i,1h}, \mathbf{b}_{i,2h}, \dots, \mathbf{b}_{i,g_hh} \}$$

Como são  $\mathbf{n}$  fatores, obtêm-se  $\mathbf{n}$  pares ordenados dessa forma, constituindo a matriz resultante do grupo  $G_h$ ,  $[(\mathbf{a}_{i,h}; \mathbf{b}_{i,h})]$ , com  $\mathbf{n}$  linhas, pois  $1 \leq i \leq \mathbf{n}$ , e uma coluna.

Observemos que, como são  $\mathbf{p}$  grupos, obtêm-se  $\mathbf{p}$  matrizes coluna semelhantes a esta.

Voltando ao exemplo ilustrativo de  $\mathbf{n} = 5$  fatores,  $\mathbf{s} = 3$  seções e  $\mathbf{m} = 4$  especialistas e, admitindo que os quatro especialistas foram distribuídos em dois grupos ( $\mathbf{p} = 2$ ), o

primeiro,  $G_1$ , pelos especialistas  $E_1$  e  $E_4$  e o segundo,  $G_2$ , pelos especialistas  $E_2$  e  $E_3$ , a aplicação da regra de maximização seria feita da seguinte maneira:

dentro do grupo  $G_1$ : **MÁX** [ $(E_1)$ ,  $(E_4)$ ];

dentro do grupo  $G_2$ : **MÁX** [ $(E_2)$ ,  $(E_3)$ ] ou

**MÁX** [ $(a_{i,1}; b_{i,1})$ ,  $(a_{i,4}; b_{i,4})$ ], resultando em  $(a_{i,g1}; b_{i,g1})$  para o grupo  $G_1$  e

**MÁX** [ $(a_{i,2}; b_{i,2})$ ,  $(a_{i,3}; b_{i,3})$ ], resultando em  $(a_{i,g2}; b_{i,g2})$  para o grupo  $G_2$ , sendo

$$a_{i,g1} = \text{máx} \{ a_{i,1}, a_{i,4} \}; \quad b_{i,g1} = \text{mín} \{ b_{i,1}, b_{i,4} \} \text{ e}$$

$$a_{i,g2} = \text{máx} \{ a_{i,2}, a_{i,3} \}; \quad b_{i,g2} = \text{mín} \{ b_{i,2}, b_{i,3} \}.$$

Obtém-se, então,  $p = 2$  matrizes colunas com  $n = 5$  linhas como resultado da aplicação da regra de maximização dentro dos grupos  $G_1$  e  $G_2$  (intragrupos).

São elas:  $M_{G1} = [(a_{i,g1}; b_{i,g1})] = [\rho_{i,g1}]$  e  $M_{G2} = [(a_{i,g2}; b_{i,g2})] = [\rho_{i,g2}]$ , que podem ser representadas de outra forma, como na Tabela II.

Aplicadas as regras de maximização (operador **MAX**) dentro dos grupos (intragrupos), o passo seguinte é a aplicação da regra de minimização (operador **MIN**) entre os  $p$  grupos (entre grupos), que pode ser assim esquematizada:

$$\text{MÍN} \{ [G_1], [G_2], \dots [G_h], \dots [G_p] \} \text{ ou}$$

$$\text{MÍN} \{ (a_{i,g1}; b_{i,g1}), (a_{i,g2}; b_{i,g2}), \dots (a_{i,gh}; b_{i,gh}), \dots (a_{i,gp}; b_{i,gp}) \},$$

donde se obtém para cada fator  $F_i$  a anotação resultante  $(a_{i,R}; b_{i,R})$ , na qual

$$a_{i,R} = \text{mín} \{ a_{i,g1}, a_{i,g2}, \dots, a_{i,gh}, \dots, a_{i,gp} \} \text{ e}$$

$$b_{i,R} = \text{máx} \{ b_{i,g1}, b_{i,g2}, \dots, b_{i,gh}, \dots, b_{i,gp} \}.$$

Como são  $n$  fatores, estes resultados vão constituir uma matriz coluna com  $n$  linhas, que será chamada de matriz resultante,  $[(a_{i,R}; b_{i,R})] = [\omega_{i,R}]$ .

Voltando ao exemplo, de  $n = 5$  fatores,  $s = 3$  seções e  $m = 4$  especialistas, a aplicação da regra de minimização se reduziria a **MIN**  $\{[G_1], [G_2]\}$ , obtendo-se:

$$a_{1,R} = \text{mín} \{a_{1,g1}, a_{1,g2}\} \text{ e } b_{1,R} = \text{máx} \{b_{1,g1}, b_{1,g2}\};$$

$$a_{2,R} = \text{mín} \{a_{2,g1}, a_{2,g2}\} \text{ e } b_{2,R} = \text{máx} \{b_{2,g1}, b_{2,g2}\};$$

$$a_{3,R} = \text{mín} \{a_{3,g1}, a_{3,g2}\} \text{ e } b_{3,R} = \text{máx} \{b_{3,g1}, b_{3,g2}\}$$

$$a_{4,R} = \text{mín} \{a_{4,g1}, a_{4,g2}\} \text{ e } b_{4,R} = \text{máx} \{b_{4,g1}, b_{4,g2}\}$$

$$a_{5,R} = \text{mín} \{a_{5,g1}, a_{5,g2}\} \text{ e } b_{5,R} = \text{máx} \{b_{5,g1}, b_{5,g2}\}$$

A matriz resultante, matriz coluna de 5 linhas, fica representada como na Tabela II.

A aplicação das regras de maximização (**MAX**) e de minimização (**MIN**) a esse exemplo que está sendo analisado pode ser assim resumida:

$$\text{MIN} \{ \text{MAX} [(E_1) (E_4)], \text{MAX} [(E_2) (E_3)] \} \text{ ou } \text{MIN} \{ [G_1], [G_2] \}.$$

Nas aplicações, algumas das matrizes vistas (matrizes dos pesos, pesquisada e dos dados pesquisados; matrizes dos grupos e matriz resultante) serão colocadas como colunas da tabela de cálculos, que tem o formato da Tabelas 2a ou 2b. Nestas tabelas foi considerado, como exemplo, uma situação com quatro especialistas ( $m = 4$ ), cinco fatores ( $n = 5$ ) e três seções para cada fator ( $s = 3$ ).

**Tabela IIa** – Tabela de cálculos, com a indicação das anotações bivaloradas.

	$M_P$	$M_{pq}$	$M_{Dpq}$				$M_{G1}$	$M_{G2}$	$M_R$
$F_i$	$P_i$	$S_{i,jp}$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	$E_1$ MÁX $E_4$	$E_2$ MÁX $E_3$	$G_1$ MÍN $G_2$
$F_1$	$P_1$	$S_{1,jp}$	$\lambda_{1,1}$	$\lambda_{1,2}$	$\lambda_{1,3}$	$\lambda_{1,4}$	$\rho_{1,g1}$	$\rho_{1,g2}$	$\omega_{1,R}$
$F_2$	$P_2$	$S_{2,jp}$	$\lambda_{2,1}$	$\lambda_{2,2}$	$\lambda_{2,3}$	$\lambda_{2,4}$	$\rho_{2,g1}$	$\rho_{2,g2}$	$\omega_{2,R}$
$F_3$	$P_3$	$S_{3,jp}$	$\lambda_{3,1}$	$\lambda_{3,2}$	$\lambda_{3,3}$	$\lambda_{3,4}$	$\rho_{3,g1}$	$\rho_{3,g2}$	$\omega_{3,R}$
$F_4$	$P_4$	$S_{4,jp}$	$\lambda_{4,1}$	$\lambda_{4,2}$	$\lambda_{4,3}$	$\lambda_{4,4}$	$\rho_{4,g1}$	$\rho_{4,g2}$	$\omega_{4,R}$
$F_5$	$P_5$	$S_{5,jp}$	$\lambda_{5,1}$	$\lambda_{5,2}$	$\lambda_{5,3}$	$\lambda_{5,4}$	$\rho_{5,g1}$	$\rho_{5,g2}$	$\omega_{5,R}$

**Tabela IIb** – Tabela de cálculos, com a indicação dos valores das evidências favorável ( $a$ ) e contrária ( $b$ )

	$M_P$	$M_{pq}$	$M_{Dpq}$				$M_{G1}$	$M_{G2}$	$M_R$
$F_i$	$P_i$	$S_{i,jp}$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	$E_1$ MÁX $E_4$	$E_2$ MÁX $E_3$	$G_1$ MÍN $G_2$
$F_1$	$P_1$	$S_{1,jp}$	$a_{1,1}$ $b_{1,1}$	$a_{1,2}$ $b_{1,2}$	$a_{1,3}$ $b_{1,3}$	$a_{1,4}$ $b_{1,4}$	$a_{1,g1}$ $b_{1,g1}$	$a_{1,g2}$ $b_{1,g2}$	$a_{1,R}$ $b_{1,R}$
$F_2$	$P_2$	$S_{2,jp}$	$a_{2,1}$ $b_{2,1}$	$a_{2,2}$ $b_{2,2}$	$a_{2,3}$ $b_{2,3}$	$a_{2,4}$ $b_{2,4}$	$a_{2,g1}$ $b_{2,g1}$	$a_{2,g2}$ $b_{2,g2}$	$a_{2,R}$ $b_{2,R}$
$F_3$	$P_3$	$S_{3,jp}$	$a_{3,1}$ $b_{3,1}$	$a_{3,2}$ $b_{3,2}$	$a_{3,3}$ $b_{3,3}$	$a_{3,4}$ $b_{3,4}$	$a_{3,g1}$ $b_{3,g1}$	$a_{3,g2}$ $b_{3,g2}$	$a_{3,R}$ $b_{3,R}$
$F_4$	$P_4$	$S_{4,jp}$	$a_{4,1}$ $b_{4,1}$	$a_{4,2}$ $b_{4,2}$	$a_{4,3}$ $b_{4,3}$	$a_{4,4}$ $b_{4,4}$	$a_{4,g1}$ $b_{4,g1}$	$a_{4,g2}$ $b_{4,g2}$	$a_{4,R}$ $b_{4,R}$
$F_5$	$P_5$	$S_{5,jp}$	$a_{5,1}$ $b_{5,1}$	$a_{5,2}$ $b_{5,2}$	$a_{5,3}$ $b_{5,3}$	$a_{5,4}$ $b_{5,4}$	$a_{5,g1}$ $b_{5,g1}$	$a_{5,g2}$ $b_{5,g2}$	$a_{5,R}$ $b_{5,R}$

Os valores das evidências favorável ( $a_{i,R}$ ) e contrária ( $b_{i,R}$ ), resultantes, obtidos para todos os fatores, permitem determinar como é a influência de cada fator na viabilidade do empreendimento. Isto é feito por meio do algoritmo para-analisador. Basta plotar no plano cartesiano os pares ( $a_{i,R}$ ;  $b_{i,R}$ ), obtendo  $n$  pontos que representam os  $n$  fatores, e verificar a posição desses pontos no reticulado  $\tau$ . Se o ponto pertencer à região de verdade, o fator correspondente influi no sentido de recomendar a execução do empreendimento; se pertencer à região de falsidade, o fator recomenda a não execução do empreendimento; mas, se o ponto pertencer a uma região diferente dessas, diremos que o fator é não conclusivo, ou seja, que não recomenda a execução e nem a não execução do empreendimento.

Essa análise da influência dos fatores também pode ser feita, calculando-se o grau de certeza ( $H_i = a_{i,R} - b_{i,R}$ ) para cada fator e aplicando-se a regra de decisão. Se  $H_i \geq NE$ , o fator  $F_i$  recomenda a execução do empreendimento; se  $H_i \leq -NE$ , o fator  $F_i$  recomenda a não execução do empreendimento; e se  $-NE < H_i < NE$ , o fator  $F_i$  é não conclusivo, ou seja, não recomenda a execução e nem a não execução do empreendimento.

### **5.2.7. Determinação do Baricentro**

De um modo geral, não há muito interesse em saber a influência de cada fator, isoladamente. Entretanto, é de fundamental importância saber como é a influência conjunta de todos os fatores sobre a viabilidade do empreendimento, pois isso leva à decisão final.

A influência conjunta dos fatores é determinada pela análise do centro de gravidade ou baricentro ( $\mathbf{W}$ ) dos pontos que os representam no plano cartesiano (no reticulado  $\tau$ ). Para determinar o baricentro, calculam-se suas coordenadas que são os graus de evidências favorável ( $a_w$ ) e contrária ( $b_w$ ). O grau de evidência favorável do baricentro ( $a_w$ ) é igual à média ponderada dos graus de evidência favorável resultantes de todos os fatores ( $a_{i,R}$ ), tomando-se como coeficientes os pesos ( $P_i$ ) atribuídos pelos especialistas aos fatores. Analogamente, é calculado o grau de evidência contrária do baricentro ( $b_w$ ).

$$a_w = \frac{\sum_{i=1}^n P_i a_{i,R}}{\sum_{i=1}^n P_i} \quad e \quad b_w = \frac{\sum_{i=1}^n P_i b_{i,R}}{\sum_{i=1}^n P_i} \quad (\text{III})$$

No caso particular em que todos os fatores têm os pesos ( $P_i$ ) iguais, as médias ponderadas acima se transformam em médias aritméticas e o centro de gravidade dos pontos que representam os fatores passa a ser o centro geométrico desses pontos.

Nesse caso: 
$$a_w = \frac{\sum_{i=1}^n a_{i,R}}{n} \quad \text{e} \quad b_w = \frac{\sum_{i=1}^n b_{i,R}}{n} \quad (\text{IV})$$

### 5.2.8. Tomada de Decisão

Determinados os valores da evidência favorável ( $a_w$ ) e contrária ( $b_w$ ) do baricentro, já se está em condições de efetuar a tomada de decisão final, por meio do algoritmo para-analisador.

Para isso, é suficiente plotar o par ordenado ( $a_w; b_w$ ) no plano cartesiano e verificar a que região do reticulado  $\tau$  o baricentro  $\mathbf{W}$  pertence. Se pertencer à região de verdade, a decisão é favorável, isto é, a análise permite concluir que o empreendimento é viável; se pertence à região de falsidade, a decisão é desfavorável, isto é, o empreendimento é não viável; mas se pertence a qualquer região do reticulado  $\tau$  diferente dessas duas, diremos que a análise é não conclusiva. Neste caso, não se conclui pela viabilidade do empreendimento e nem pela sua inviabilidade; dizemos apenas que a análise foi não conclusiva e que, se for de interesse, novos estudos devem ser feitos para se tentar chegar a uma conclusão positiva (viabilidade ou inviabilidade).

Outra maneira de se obter a decisão final é pela aplicação da regra decisão. Neste caso, basta calcular o grau de certeza do baricentro ( $H_w = a_w - b_w$ ) e aplicar a regra de decisão. Se  $H_w \geq NE$ , a decisão é favorável e recomenda a execução do empreendimento (viável);

se  $H_W \leq -NE$ , a decisão é desfavorável e recomenda a não execução do empreendimento (inviável); e se  $-NE < H_W < NE$ , diz-se que a análise é não conclusiva.

Observemos, pois, que o grau de certeza do baricentro ( $H_W$ ) é o número final, bem determinado, que permite a decisão procurada, e que todo o processo acaba levando a esse número.

Devemos observar que todas as operações descritas (busca das opiniões dos especialistas na base de dados, uma vez conhecido o resultado da pesquisa (etapa 5); cálculos dos graus de evidências, favorável e contrária, para cada um dos fatores (etapa 6); cálculos dos valores das evidências favorável e contrária do baricentro (etapa 7); e a tomada de decisão (etapa 8)) podem ser feitas por um programa de computador desenvolvido com o auxílio da planilha eletrônica do Excel. Esse programa passará a ser referido simplesmente de Programa de Cálculo (PC).

## **6. Exemplos de Aplicação**

O Método Paraconsistente de Decisão (MPD) pode ser aplicado em muitas situações em que se requer uma tomada de decisão sem a existência de dados históricos armazenados no decorrer do tempo, mas baseada exclusivamente na opinião de profissionais especialistas em suas respectivas áreas de atuação, com experiência e conhecimento acumulados pela vivência profissional de muitos anos. Faremos aqui um relato de alguns que já desenvolvemos em diferentes oportunidades.

### 6.1. Análise da Viabilidade do Lançamento de um Novo Produto no Mercado

Neste trabalho, verificamos os fatores que mais influem no sucesso (ou no fracasso) de um produto, quando ele é lançado no mercado. Com base na opinião de especialistas em diferentes áreas, foi montada uma base de dados e construído o dispositivo para as tomadas de decisão, que determinam a viabilidade ou inviabilidade do produto a ser lançado.

Somente para ilustrar e dar uma ideia geral do método, mostramos abaixo a tabela de cálculos (Tabela III), completa, mas cuja leitura exigirá uma ampliação, e o algoritmo para-analisador (Figura V) do PC, utilizados neste exemplo de aplicação.

**Tabela III** – Tabela de cálculos do Programa de Cálculos do Método Paraconsistente de Decisão (MPD)

F <sub>i</sub>	P <sub>i</sub>	S <sub>pi</sub>	Group A				Group B				A		B		Graus result.		Nível de Exigência		0,60		Ponderação dos	
			E <sub>1</sub>		E <sub>2</sub>		E <sub>3</sub>		E <sub>4</sub>		MÁX {E <sub>1</sub> , E <sub>2</sub> }		MÁX {E <sub>3</sub> , E <sub>4</sub> }		MÍN {C <sub>A</sub> , C <sub>B</sub> }		Conclusões		Conclusões		graus resultantes	
			a <sub>1,1</sub>	b <sub>1,1</sub>	a <sub>1,2</sub>	b <sub>1,2</sub>	a <sub>1,3</sub>	b <sub>1,3</sub>	a <sub>1,4</sub>	b <sub>1,4</sub>	a <sub>1,GA</sub>	b <sub>1,GA</sub>	a <sub>1,GB</sub>	b <sub>1,GB</sub>	a <sub>1,R</sub>	b <sub>1,R</sub>	H	G	H	G	P <sub>i</sub> x a <sub>i</sub>	P <sub>i</sub> x b <sub>i</sub>
F <sub>01</sub>	1	S <sub>5</sub>	0,01	0,94	0,13	0,88	0,14	1,00	0,17	0,91	0,13	0,88	0,17	0,91	0,13	0,91	-0,78	0,04	INVIÁVEL		0,13	0,91
F <sub>02</sub>	1	S <sub>1</sub>	1,00	0,05	0,95	0,15	1,00	0,10	0,85	0,00	1,00	0,05	1,00	0,00	1,00	0,05	0,95	0,05	VIÁVEL		1,00	0,05
F <sub>03</sub>	1	S <sub>1</sub>	0,92	0,08	0,98	0,18	0,88	0,12	0,82	0,07	0,98	0,08	0,88	0,07	0,88	0,08	0,80	-0,04	VIÁVEL		0,88	0,08
F <sub>04</sub>	1	S <sub>2</sub>	0,70	0,26	0,86	0,30	0,80	0,21	0,66	0,31	0,86	0,26	0,80	0,21	0,80	0,26	0,54	0,06	NÃO CONCLUSIVO		0,80	0,26
F <sub>05</sub>	1	S <sub>1</sub>	1,00	0,88	0,06	0,10	0,95	0,85	0,04	0,00	1,00	0,10	0,95	0,00	0,95	0,10	0,85	0,05	VIÁVEL		0,95	0,10
F <sub>06</sub>	1	S <sub>5</sub>	0,10	0,80	0,20	0,90	0,13	1,00	0,00	1,00	0,20	0,80	0,13	1,00	0,13	1,00	-0,87	0,13	INVIÁVEL		0,13	1,00
F <sub>07</sub>	1	S <sub>4</sub>	0,40	0,65	0,35	0,75	0,24	0,78	0,35	0,65	0,40	0,65	0,35	0,65	0,35	0,65	-0,30	0,00	NÃO CONCLUSIVO		0,35	0,65
F <sub>08</sub>	1	S <sub>4</sub>	0,45	0,65	0,37	0,85	0,33	0,57	0,27	0,86	0,45	0,65	0,33	0,57	0,33	0,65	-0,32	-0,02	NÃO CONCLUSIVO		0,33	0,65
F <sub>09</sub>	1	S <sub>1</sub>	1,00	0,21	0,91	0,15	0,85	0,10	0,95	0,11	1,00	0,15	0,95	0,10	0,95	0,15	0,80	0,10	VIÁVEL		0,95	0,15
F <sub>10</sub>	1	S <sub>2</sub>	0,79	0,23	0,73	0,14	0,59	0,24	0,63	0,19	0,79	0,14	0,63	0,19	0,63	0,19	0,44	-0,18	NÃO CONCLUSIVO		0,63	0,19
	10		Baricentro W: médias dos graus resultantes													0,615	0,404	0,211	0,019	NÃO CONCLUSIVO	6,15	4,04

Apresentamos esse trabalho no *Sixth International Conference on Computing Anticipatory Systems (CASYS-2003)*, realizada em Liège, Bélgica, em 2003, quando foi agraciado com o prêmio *Best Paper Award* de um dos simpósios do Congresso, credenciando-o a ser publicado com o título “*Paraconsistent Annotated Logic in Analysis of Viability: an Approach to Product Launching*”, pelo *American Institute of Physics – AIP Conference Proceedings*, V. 718 [16].

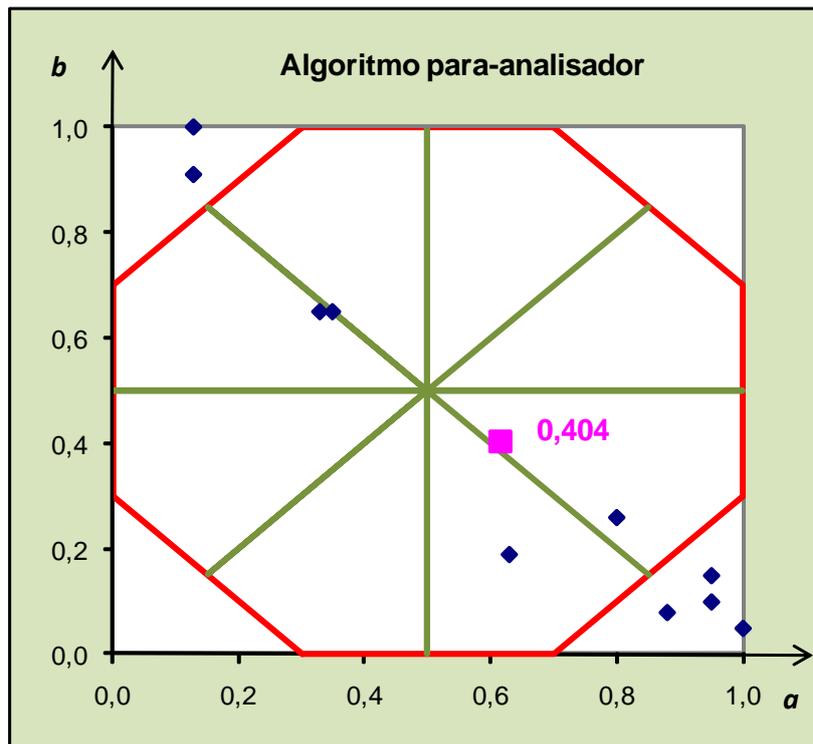


Figura V – Algoritmo para-analisador do Programa de Cálculos do MPD

## 6.2. Tomadas de Decisão com Ferramentas de Lógica Paraconsistente Anotada

Esse foi o trabalho em que, pela primeira vez, este processo de tomadas de decisão foi mostrado de maneira bastante metodológica, caracterizando-se mesmo como um método e não apenas como um simples *paper* para um congresso. Constituiu-se, praticamente, o embrião do Método Paraconsistente de Decisão (MPD) e foi apresentado no Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 23º ENEGEPE, Ouro Preto, MG, Brasil, em 2003, e publicado nos *Proceedings* desse Congresso [17].

Na avaliação feita pelos *referees* para a aceitação ou não do trabalho no Congresso, a média foi superior a nove, numa escala de 0 a 10, sendo que em nenhum dos dez quesitos

avaliados a nota foi menor que nove. Isso, entendemos, avalizou sua importância para o estudo das tomadas de decisão e para a Pesquisa Operacional.

### **6.3. Análise da Viabilidade de Implantação do Projeto de uma Fábrica**

Tomando conhecimento do artigo publicado pelos *Proceedings* do 23º ENEGEPE [17] (ver item 6.2), o editor da *Revista Pesquisa & Desenvolvimento Engenharia de Produção*, da Universidade Federal de Itajubá (UniFEI), enviou, por e-mail, a mensagem a seguir.

De: “Revista Pesquisa & Desenvolvimento Engenharia de Produção”  
[luiz@sulminas.com.br](mailto:luiz@sulminas.com.br); Para: [fabioromeu@unip.br](mailto:fabioromeu@unip.br); Enviada em: segunda-feira, 27 de outubro de 2003 13:40; Assunto: Publicação revista P&D, com o seguinte teor:

“Prezado Fábio Romeu de Carvalho,

“(…) O Comitê Editorial da revista **Pesquisa & Desenvolvimento Engenharia de Produção** (ISSN 1679-5830) teve a oportunidade de ler seu trabalho intitulado: ‘Tomadas de decisão com ferramentas da Lógica Paraconsistente Anotada’, que aparece nos anais do XXIII ENEGEP – Encontro Nacional de Engenharia de Produção, realizado recentemente na cidade de Ouro Preto – MG.

“Uma prévia seleção com nossos *referees* classificou seu artigo como um dos mais relevantes para a pesquisa em Engenharia de Produção. Caso o seu trabalho não tenha sido publicado em outra revista, gostaríamos de convidá-lo a submeter um artigo baseado no trabalho acima indicado, para ser publicado na revista **Pesquisa & Desenvolvimento Engenharia de Produção**. (…)

“A Revista P&D se reserva o direito de não publicar trabalhos que não estejam dentro dos padrões de qualidade esperados, assim como das normas de apresentação exigidas.

“Esperando ter seu artigo publicado na revista Pesquisa & Desenvolvimento Engenharia de Produção, atenciosamente nos despedimos.

“Carlos Eduardo Sanches da Silva – Editor da Pesquisa & Desenvolvimento Engenharia de Produção”

Atendendo à solicitação da Revista, elaboramos um artigo, no qual procuramos mostrar como o método pode ser aplicado para se analisar a viabilidade (ou não) da implantação do projeto de uma fábrica, estudando os diferentes fatores que podem influir nessa decisão.

O artigo elaborado foi publicada pela *Revista Pesquisa & Desenvolvimento Engenharia de Produção*, da Universidade Federal de Itajubá (UniFEI), Edição nº 1, dez. 2003 [18].

#### **6.4. Análise para Implantação de um Sistema com Novas Tecnologias**

Procuramos, nesse trabalho, fazer uma análise da conveniência (ou não) da implantação de um sistema dotado de novas tecnologias para substituir um sistema com tecnologia tradicional, na reestruturação de uma fábrica. Além disso, procuramos analisar, dentre os sistemas com nova tecnologia apresentados como alternativas, qual deles seria o mais indicado em diferentes situações.

Tentamos dar uma nova roupagem a um capítulo do livro de Peter Chalos [5], *Managing Cost in Today's Manufacturing Environment*, analisando-o a luz deste novo processo de tomadas de decisão.

Esse trabalho foi apresentado no 5<sup>th</sup> *Congress of Logic Applied to Technology* (LAPTEC 2005), realizado em Himeji, Japan, em 2005, e foi publicado com o título “*Decision Making based on Paraconsistent Annotated Logic*” em *Advances in Logic Based Intelligent Systems: Frontiers in Artificial Intelligence and Applications (Selected papers)*, pela Editora *IOS Press, Amsterdam, Netherland* [19].

### **6.5. Previsão de Diagnósticos**

Considerando que fazer um diagnóstico nada mais é do que uma tomada de decisão, resolvemos desenvolver um processo que permite fazer de diagnósticos com o auxílio do computador. Ele pode ser aplicado para prever diagnóstico de problema de máquinas (por exemplo, de uma impressora rotatória, de tratores, de caminhões etc.), para prever diagnósticos médicos etc.

Para exemplificar, desenvolvemos o programa para fazer previsão de diagnósticos médicos. Evidentemente, em momento algum, tivemos a pretensão de substituir um médico ou uma junta médica nessa tarefa. Nossa pretensão se resumia a criar um dispositivo computadorizado que pudesse ser usado no serviço de triagem de um grande hospital e permitisse que funcionários não médicos pudessem, ao tomar conhecimento dos sintomas relatados pelo paciente, fazer uma previsão de diagnóstico para facilitar o encaminhamento ao setor adequado do hospital.

A idéia foi desenvolver um sistema que permita a um computador, simplesmente entrando com os sintomas (ou sinais) apresentados pelo paciente, responder de imediato a previsão do diagnóstico da doença do paciente, ou seja, dê indicação da doença mais provável ou com maior evidência.

No trabalho foi preparado um dispositivo de previsão de diagnóstico não real, utilizando 32 doenças e 30 sintomas. Ficticiamente, quatro médicos com experiência em clínica geral, em fazer anamnese (ou anamnésia), com especialidades diferentes, foram chamados para montar a base de dados. Cada um atribuiu o grau de evidência favorável e o grau de evidência contrária de o paciente estar acometida da doença diante do sintoma por ele apresentado, para as 32 doenças diante dos 30 sintomas. Esses graus constituíram a base de dados.

Um programa baseado na planilha Excel foi construído, de modo que, ingressando com os sintomas (ou sinais) apresentados pelo paciente, o computador responde de imediato a previsão do diagnóstico. Essa previsão é a doença que, diante dos sintomas relatados pelo paciente, apresentou maior grau de certeza resultante.

Esse trabalho foi apresentado na *Seventh International Conference on Computing Anticipatory Systems (CASYS-2005)* e foi publicado com o título “*Prevision of Medical Diagnosis Based on Paraconsistent Annotated Logic*” no *International Journal of Computing Anticipatory Systems*, V.18 [20].

### **6.7. Análise da Viabilidade de Abertura de um Novo Curso Superior**

Trabalho foi elaborado e apresentado ao Departamento de Lógica da Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas (FFLCH) da Universidade de São Paulo (USP) como Dissertação de Mestrado para a obtenção do título de Mestre em Filosofia; foi transformado em livro e publicado pela Editora Aleph, em 2002 [15]; posteriormente, foi transformado em um caso real (*case*), que foi inserido na Tese de Doutorado apresentada junto ao Departamento de Engenharia de Produção da Escola Politécnica (Poli) da

Universidade de São Paulo (USP) [21] e publicado pelo Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, do Departamento de Engenharia de Produção [22].

Procuramos verificar os fatores de maior influência no sucesso (ou fracasso) de um curso superior e, mediante uma pesquisa real realizada no cenário da região e as opiniões de educadores de destaque, o processo foi montado e a decisão tomada.

### **6.8. Seleção do Melhor Investimento Financeiro**

Outra aplicação do método foi sua utilização para se fazer a seleção do melhor investimento financeiro entre as várias opções apresentadas, mediante uma pesquisa da situação do mercado.

Esse texto foi colocado na Tese de Doutorado defendida junto ao Departamento de Engenharia de Produção da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP) [21]; foi apresentado com o título “*Decision Making Method with Paraconsistent Annotated Logic Tools and its Application in Selection of Investment by Financial Institutions*” na *23rd European Conference on Operational Research (EURO XXIII BONN)*, realizado em Bonn, Alemanha, em 2009, e publicado no *Book of Abstracts* desse Congresso, p. 229.

### **6.9. Comparação com um Método Estatístico de Decisão**

Com o objetivo de darmos mais credibilidade ao método e mostrar sua validade e fidedignidade, fizemos um estudo comparativo do Método Paraconsistente Decisão (MPD) com o Estatístico (MED). Os resultados foram muito satisfatórios, mostrando que o

método é perfeitamente aplicável e que dá resultados muito coerentes com os do método Estatístico.

Esse trabalho foi apresentado na *Eighth International Conference on Computing Anticipatory Systems (CASYS-2007)*, recebendo o prêmio *Best Paper Award* de um dos simpósios do Congresso, credenciando-o a ser publicado com o título “*Decision Making Based on Paraconsistent Annotated Logic and Statistical Method: a Comparison*”, pelo *American Institute of Physics – AIP Conference Proceedings*, Vol. 1.051 [23].

#### **6.10. Comparação com um Método Fuzzy de Decisão**

Para reforçarmos a validade Método Paraconsistente de Decisão (MPD), desenvolvemos um método de decisão baseado na Lógica Fuzzy e fizemos uma comparação dos resultados obtidos pela aplicação dos dois métodos. Os resultados apresentaram grande coerência.

Com essa versão simplificada do método fuzzy de decisão, resolvemos alguns problemas que constam em outros compêndios, mostrando também a grande coerência dessa versão simplificada com outros métodos de decisão.

Essa versão simplificada do método fuzzy de decisão e sua comparação com o método paraconsistente foi enviada para a *Ninth International Conference on Computing Anticipatory Systems (CASYS-2009)* e também foi publicada, com o título “*A Simplified Version of the Fuzzy Decision Method and its Comparison with the Paraconsistent Decision Method*”, pelo *American Institute of Physics – AIP Conference Proceedings*, Vol. 1.303 [24].

Uma versão reduzida desse trabalho foi apresentada com o título “*Paraconsistent Annotated Evidencial Logic ET and Decision Making in Fuzzy Set Systems*” na *24th European Conference on Operational Research (EURO XXIV LISBON)*, realizado em Lisboa, Portugal, em 2010, e publicado no *Book of Abstracts* desse Congresso, p. 187.

## **7. Considerações Finais**

O Método Paraconsistente de Decisão (MPD) tem despertado interesse da comunidade científica mundial. De fato, temos recebido convites para escrever artigos sobre o assunto, para serem publicados em revistas ou para constituírem capítulos de livros etc. Alguns exemplos são os convites recebidos por e-mails da República Tcheca e Croácia, que destacamos abaixo.

Da República Tcheca recebemos o seguinte e-mail: De: Jana Ziegelheimova [j.ziegelhe@industrygateway.org]; Enviado em: 16 de maio de 2011 17:49; Para: [fabioromeu@unip.br](mailto:fabioromeu@unip.br); Assunto: Decision making method with paraconsistent annotated logic tools – paper free publication offer.

Em seu e-mail, a remetente, entre outras coisas, enfatiza:

*“(...) I was quite impressed with your research. That is why I took the liberty of offering you a possibility to publish this, and also more, of your research activities for free of charge in an international research project database. (...).”*

Da Croácia recebemos o e-mail: De: Ms. Iva Simcic [simcici@intechweb.org]; Enviado em: 11 de maio de 2011 11:14; Para: Dr. De Carvalho; Assunto: InTech – Book Chapter Proposal – Fuzzy Logic.

De seu e-mail, podemos destacar:

*“(...) You have been invited to contribute based on your paper “A Simplified Version of the Fuzzy Decision Method and its Comparison with the Paraconsistent Decision Method”, your publishing history and the quality of your research. However, we are not asking you to republish your work, but we would like you to publish a new paper on one of the topics this book will cover. (...)”*

Além disso, já temos encontrado algumas dissertações de mestrado e teses de doutorado aplicando a lógica paraconsistente anotada evidencial como fundamento teórico.

Como exemplo, podemos citar a tese intitulada “Processo Para Gestão de Riscos em Projetos de Software Apoiado em Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$ ”, defendida por Marcelo Nogueira e orientada pelo Dr. Jair Minoro Abe, junto ao Programa de Mestrado e Doutorado da Universidade Paulista (UNIP), para obtenção do título de Doutor em Engenharia de Produção, em 2010.

Outro exemplo é a dissertação intitulada “Uma Ferramenta de Apoio na Escolha de Fornecedores de Tecnologia da Informação Baseada na Lógica Paraconsistente Anotada”, defendida por Mario Maeda Júnior e orientada pelo Dr. Jair Minoro Abe, junto ao Programa de Mestrado da Universidade Paulista (UNIP), para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção, em 2006.

## **8. Referências Bibliográficas**

- [1]. ABE, Jair M. *Fundamentos da Lógica Anotada*. Tese apresentada para a obtenção do título de Doutor em Filosofia na Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas (FFLCH) da Universidade de São Paulo (USP). São Paulo, Brasil, 1992, 98 p.
- [2]. ABE, Jair M. Some Aspects of Paraconsistent Systems and Applications, *Logique et Analyse*, 157, 1997, p. 83-96.
- [3]. ÁVILA, B. C. *Uma Abordagem Paraconsistente Baseada em Lógica Evidencial para Tratar Exceções em Sistemas de Frames com Múltipla Herança*. Tese apresentada para a obtenção do título de Doutor em Engenharia, no Departamento de Engenharia de Computação e Sistemas Digitais da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP). São Paulo, Brasil, 1996, 120 p.
- [4]. BARRETO, Mara M. G. *Metodologia Fuzzy para a Construção de Sistemas Especialistas com Bases de Conhecimento Inconsistentes*. Tese apresentada para a obtenção do título de Doutor em Ciências em Engenharia Civil na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Rio de Janeiro, Brasil, 1999. 137 p.
- [5]. CHALOS, Peter. *Managing Cost in Today's Manufacturing Environment*. Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs, USA, 1992. 283 p.
- [6]. COSTA NETO, Pedro Luiz de O. *Estatística*. 2ª Edição. Editora Edgard Blücher Ltda. São Paulo, Brasil, 2002, 266 p.
- [7]. COSTA NETO, Pedro Luiz de O; O. R. BEKMAN. *Análise Estatística da Decisão*. 2ª. Ed. Editora Blucher. São Paulo, Brasil, 2009, 148 p.

- [8]. DA COSTA, Newton C.A.; C. VAGO; V. S. SUBRAHMANNIAN. The raconsistent Logics  $P\tau$ , in *Zeitschr. f. math. Logik und Grundlagen d. Math*, Bd. 37, 1991, p. 139-148.
- [9]. DA COSTA, Newton C. A.; Jair M. ABE; V. S. SUBRAHMANNIAN. Remarks on annotated logic, *Zeitschrift f. math. Logik und Grundlagen d. Math.* 37, p. 561-570.
- [10]. DA COSTA, Newton C. A. *Ensaio Sobre os Fundamentos da Lógica*. São Paulo, Brasil. Hucitec-Edusp, 1980.
- [11]. DA COSTA, Newton C. A. *Sistemas Formais inconsistentes*. Curitiba, Brasil: Editora da Universidade Federal do Paraná (UFPR), 1993. 66 p.
- [12]. DA COSTA, Newton C. A.; Diego MARCONI. An Overview of Paraconsistent Logic in the 80's. In: *The Journal of Non-Classical Logic*, v. 6, n. 1, 1989. p. 5-32.
- [13]. DA COSTA, Newton C. A.; Jair M. ABE; Afrânio C. MUROLO; João I. DA SILVA FILHO; Casemiro F. S. LEITE. *Lógica Paraconsistente Aplicada*. Editora Atlas S.A., São Paulo, Brasil, 1999, 214 p.
- [14]. DA SILVA FILHO, João I. *Métodos de Aplicações da Lógica Paraconsistente Anotada de Anotação com dois Valores – LPA2v com Construção de Algoritmo e Implementação de Circuitos Eletrônicos*. Tese apresentada para a obtenção do título de Doutor em Engenharia, no Departamento de Engenharia de Computação e Sistemas Digitais da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP). São Paulo, Brasil, 1998, 185 p.

- [15]. DE CARVALHO, Fábio R. *Lógica Paraconsistente Aplicada em Tomadas de Decisão: uma Abordagem para a Administração de Universidades*. Editora Aleph. São Paulo, Brasil, 2002, 120 p.
- [16]. DE CARVALHO, Fábio R.; Israel BRUNSTEIN; Jair M. ABE. Paraconsistent Annotated Logic in Analysis of Viability: an Approach to Product Launching. In: Sixth International Conference on Computing Anticipatory Systems (CASYS-2003). Publicado por *American Institute of Physics, AIP Conference Proceedings*, Vol. 718, Edited by Daniel M. Dubois, ISBN 0-7354-0198-5, ISSN 0094-243X, 2004, p. 282-291.
- [17]. DE CARVALHO, Fábio R.; Israel BRUNSTEIN; Jair M. ABE. Tomadas de Decisão com Ferramentas da Lógica Paraconsistente Anotada. In: Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 23°. Ouro Preto, MG, Brasil, 21 a 24 de outubro de 2003. *Proceedings*. Editores: José Luís D. Ribeiro; Nivalda L. Coppini; Luiz Gonzaga M. de Souza; Gustavo P. Silva. 2003. p. 1-8.
- [18]. DE CARVALHO, Fábio R.; Israel BRUNSTEIN; Jair M. ABE. Um Estudo de Tomada de Decisão Baseado em Lógica Paraconsistente Anotada: Avaliação do Projeto de uma Fábrica. In: *Revista Pesquisa & Desenvolvimento Engenharia de Produção*, da Universidade Federal de Itajubá, Ed. n° 1, dez. 2003. p. 47-62.
- [19]. DE CARVALHO, Fábio R.; Israel BRUNSTEIN; Jair M. ABE. Decision Making based on Paraconsistent Annotated Logic. In: Congress of Logic Applied to Technology (LAPTEC 2005), 5<sup>th</sup>. Himeji, Japan, April, 2-4, 2005. *Advances in Logic Based Intelligent Systems: Frontiers in Artificial Intelligence and*

- Applications (Selected papers). Edited by K. Nakamatsu; J. M. Abe. Amsterdam: IOS Press, ISBN 1-58603-568-1, ISSN 0922-6389, 2005. p. 55-62.
- [20]. DE CARVALHO, Fábio R.; Israel BRUNSTEIN; Jair M. ABE. Prevision of Medical Diagnosis Based on Paraconsistent Annotated Logic. In: Seventh International Conference on Computing Anticipatory Systems (CASYS-2005). Liège, Belgium, August, 8-13, 2005. *International Journal of Computing Anticipatory Systems*, V.18. Edited by Daniel M. Dubois. ISBN 2-930396-04-0, ISSN: 1373-5411, 2005. p. 288-297.
- [21]. DE CARVALHO, Fábio R. *Aplicação de Lógica Paraconsistente Anotada em Tomadas de Decisão na Engenharia de Produção*. Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, para a obtenção do título de Doutor em Engenharia. São Paulo, Brasil, 2006, 349 p.
- [22]. DE CARVALHO, Fábio R.; Israel BRUNSTEIN. *Aplicação de Lógica Paraconsistente Anotada em Tomadas de Decisão na Engenharia de Produção*. Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP – Departamento de Engenharia de Produção, BT/PRO/0704; ISSN 1413-2168; São Paulo, 2007. 19 p.
- [23]. DE CARVALHO, Fábio R.; Israel BRUNSTEIN; Jair M. ABE. Decision Making Based on Paraconsistent Annotated Logic and Statistical Method: a Comparison. In: Eighth International Conference on Computing Anticipatory Systems (CASYS-2007). Publicado por *American Institute of Physics, AIP Conference Proceedings*, Vol. 1.051, Edited by Daniel M. Dubois. ISBN 978-0-7354-0579-0, ISSN: 0094-243X, 2008, p. 195-208.

- [24]. DE CARVALHO, Fábio R.; Jair M. ABE. A Simplified Version of the Fuzzy Decision Method and its Comparison with the Paraconsistent Decision Method. In: Ninth International Conference on Computing Anticipatory Systems (CASYS-2009). Publicado por *American Institute of Physics, AIP Conference Proceedings*, Vol. 1.303, Edited by Daniel M. Dubois. ISBN 978-0-7354-0858-6, ISSN: 0094-243X, 2010, p. 216-235.
- [25]. GAITHER, Norman; Greg FRAZIER. *Administração da Produção e Operações* (Production and Operations Management). 8a. ed. Editora Pioneira Thomson Learning Ltda. São Paulo, Brasil, 2001. 598 p.
- [26]. GURGEL, Floriano do A. *Administração do Produto*. 2ª. Ed. Editora Atlas S.A. São Paulo, Brasil, 2001, 537 p.
- [27]. HILBERT, D.; W. ACKERMANN. *Principles of Mathematical Logic*. 2<sup>nd</sup> Ed. Chelsea Publishing Co. New York, USA, 1950, 172 p.
- [28]. HOFFMANN, Rodolfo. *Estatística para Economistas*. 4ª. Ed. Editora Thomson. São Paulo, Brasil, 2006, 432 p.
- [29]. KLEENE, Stephen Cole. *Introduction to Metamathematics*. North-Holland Publishing Co. Amsterdam, Netherlands, 1952, 550 p.
- [30]. LAPPONI, J. C. *Estatística usando Excel*. 4ª. Ed. Editora Elsevier-Campos. Rio de Janeiro, Brasil, 2005, 476 p.
- [31]. MEGGINSON, Leon C.; Donald C. MOSLEY; Paul H. PIETRI Jr. **Administração: Conceitos e Aplicações** (Management: Concepts and

- Applications). Tradução de Maria Isabel Hopp. 4. ed. São Paulo, Brasil: Editora Harbra Ltda., 1998, 614 p.
- [32]. MENDELSON, Elliott. *Introduction to Mathematical Logic*. 4<sup>th</sup> Ed. Chapman & Hall, New York, NY, USA: 1997. 440 p.
- [33]. MORTARI, Cezar A. *Introdução à Lógica*. Editora UNESP: Imprensa Oficial do Estado. São Paulo, Brasil, 2001, 393 p.
- [34]. NAKAMATSU, Kazumi; Jair M. ABE. Railway Signal and Paraconsistency, Advances in Logic Based Intelligent Systems. In: CONGRESS OF LOGIC APPLIED TO TECHNOLOGY (LAPTEC 2005), 5<sup>th</sup>. Himeji, Japan, April, 2-4, 2005. *Advances in Logic Based Intelligent Systems: Frontiers in Artificial Intelligence and Applications (Selected papers)*. Editors: K. Nakamatsu e J. M. Abe. Amsterdam, Netherlands: IOS Press, 2005. p. 220-224.
- [35]. NEGOITA, C. V.; D. A. RALESCU. *Applications of Fuzzy Sets to Systems Analysis*. John Wiley & Sons, New York, USA, 1975.
- [36]. PORTER, Michael. *Vantagem competitiva: Criando e sustentando um desempenho superior*, tradução de Elizabeth Maria de Pinho Braga; revisão técnica de Jorge A. Garcia Gomez. Editora Campus, Rio de Janeiro, Brasil, 1989.
- [37]. SHIMIZU, T. *Decisões nas Organizações*. 2<sup>a</sup> Ed. Editora Atlas, São Paulo, Brasil, 2006, 419 p.
- [38]. SIMON, H.A. *The New Science of Management Decision*. Prentice Hall, New York, USA, 1960.

- [39]. SPIEGEL Murray R. *Estatística*. 3ª Ed. Tradução: Pedro Consentino. Makron Books Editora Ltda. São Paulo, Brasil, 1993, 643 p.
- [40]. WITOLD, Pedrycz (with foreword by Lotfi A. Zadeh). *Fuzzy Sets Engineering*. CRC Press Inc., Florida, USA, ISBN 0-8493-9402-3, 1995, 332 p.
- [41]. WITOLD, Pedrycz; Fernando GOMIDE,. *An introduction to fuzzy sets*. MIT Press, Massachusetts, USA, ISBN 0-262-16171-0, 1998, 465 p.
- [42]. WOILER, Samsão; Washington F. MATHIAS. *Projetos: Planejamento, Elaboração e Análise* (Projects: Planning, Ellaboration and Analysis). Editora Atlas. São Paulo, Brasil, 1996, 294 p.
- [43]. ZADEH, Lotfi A. Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes – *IEEE Transaction on Systems, Mam and Cybernectics*, vol. SMC-3, No 1, 1973, p. 28-44.

**Fábio Romeu de Carvalho**, nascido em Consolação, MG, é Doutor em Engenharia pelo Departamento de Engenharia de Produção da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (Poli/USP); Mestre em Filosofia (na área de Lógica) pela Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas da Universidade de São Paulo (FFLCH/USP); Especialista em Avaliação no Ensino Superior pela Faculdade de Educação da Universidade de Brasília (UnB); Graduado em Engenharia Elétrica pela Poli/USP; Bacharel e Licenciado em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras Oswaldo Cruz, e Pedagogo, com as habilitações Administração e Supervisão Escolar, pelas Faculdades Integradas Princesa Isabel.

Após alguns anos como professor de Física, Matemática e Desenho, no Ensino Médio e em Preparatórios para Vestibulares, desenvolveu carreira acadêmica na Universidade Paulista, UNIP, na qual, atualmente, acumula os cargos de Vice-Reitor de Planejamento, Administração e Finanças e de Diretor do Instituto de Ciências Exatas e Tecnologia, ICET. Foi, durante quatro anos, Conselheiro Estadual de Educação em São Paulo.

É autor de trabalhos nas áreas de Física e Matemática, do Ensino Médio, e de Estatística e Lógica. Foi duas vezes premiado com o “*Best Paper Award*” nas *6<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> International Conference on Computing Anticipatory Systems, CASYS, Liège, Belgium, August, 2003 and 2007*, com os trabalhos intitulados “*Paraconsistent Annotated Logic in Analysis of Viability: an approach to Product Launching*” e “*Decision Making Method Based On Paraconsistent Annotated Logic and Statistical Method: a Comparison*”, que foram publicados pelo *American Institute of Physics in AIP Conference Proceedings*, V. 718 e 1.051, respectivamente.

## **Os Princípios da Lógica Paraconsistente para Calcular o Tamanho da Amostra**

Euro de Barros Couto Junior

Prefeitura do Município de São Paulo  
Coordenadoria de Gestão de Pessoas - Departamento de Recursos Humanos

### **Resumo**

Este texto sugere sobre como calcular um tamanho de amostra com base no uso de um instrumento de coleta de dados formado por itens categóricos. Os argumentos para esta sugestão estão embasados nas teorias da Combinatória e da Lógica Paraconsistente. O propósito é sugerir um procedimento de cálculo simples e prático para obter um tamanho de amostra aceitável para coletar informações, organizá-las e analisar dados de uma aplicação de um instrumento de coleta de dados baseado, exclusivamente, em itens discretos (itens categóricos), ou seja, cada item do instrumento é considerado como uma variável não-paramétrica com um número finito de categorias. Uma fórmula para o cálculo do tamanho da amostra foi proposta para tamanhos de população desconhecidos e um ajuste dessa fórmula foi proposto para populações de tamanho conhecido.

**Palavras-chave:** 1. Amostragem; 2. Cálculo do tamanho da amostra; 3. Lógica Paraconsistente; 4. Estatística não-paramétrica; 5. Instrumento de coleta de dados

## **Abstract**

This text suggests how to calculate a sample size based on the use of a data collection instrument consisting of categorical items. The arguments for this suggestion are based on theories of Combinatorics and Paraconsistent Logics. The purpose is to suggest a practical and simple calculation procedure to obtain an acceptable sample size to collect information, organize it and analyze data from an application of an instrument for collecting data, based exclusively on discrete items (categorical items), i.e., each item of the instrument is considered as a non-parametric variable with finite number of categories. A formula for calculating the sample size was proposed for a population of unknown size, and an adjusted formula has been proposed for population of known size.

**Key-words:** 1. Sampling; 2. Sample size calculation; 3. Paraconsistent Logics; 4. Nonparametric statistics; 5. Data collecting instrument

## **1. Introdução**

A Lógica é uma característica humana. Como seres humanos, tentamos, desde há muito, explicar as coisas da Natureza que nos cerca, por meio de teorias e modelos em cujas bases assentam-se pensamentos ditos lógicos. E ainda como seres humanos, talvez, devamos considerar que temos uma lógica própria e individual, que pode se abstrair (afastar-se ou aproximar-se) da Lógica Matemática ou Lógica Clássica, e que, por certo, pertence à natureza humana. Mas, a Lógica Clássica, apesar de querer mostrar sua característica, nada pode fazer contra os desígnios que a subvertem frente à vontade humana. Um exemplo

simples: em um item cujas possibilidades consistem de duas categorias, do tipo sim-não, a Lógica Clássica gostaria de impor que apenas duas respostas são possíveis, e nenhuma ação humana deveria ser cogitada para contrapor-se a essa imposição, porém, bem sabemos que tanto a não-resposta (não-escolha do ‘sim’ e não-escolha do ‘não’) como a resposta dupla sim-não são, efetivamente, respostas do Raciocínio Humano puro, pois, não menos efetivamente, cabem no bojo das respostas plausíveis e aceitáveis da consciência humana. Assim, a Lógica Clássica, apesar de ser impositora de sua presença, está contida e é engolfada pelo Raciocínio Humano.

Os princípios que norteiam a Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial permitem sua aproximação mais aquiescente do Raciocínio Humano (Abe, 1992), pois levam em conta possibilidades que vão além do binarismo proposto em um item do tipo sim-não, mencionado no parágrafo anterior. Assim, sob a óptica de teor paraconsistente, um item formado por duas categorias pode ter quatro (e não duas respostas) aceitáveis: sim, não, sem resposta e sim-não; esses quatro estados são classificados em quatro diferentes núcleos lógicos, sendo eles o verdadeiro, o falso, o paracompleto e o inconsistente, respectivamente, e permitem uma avaliação mais próxima do que exprime a prática e a realidade de uma pesquisa (Abe, 1997). Assim, respostas não-previstas pela Lógica Clássica são previstas pela Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial.

## **2. Lógica Paraconsistente e os Itens do Instrumento de Coleta**

Sob a óptica da Lógica Clássica, um item, constante de um instrumento de coleta, tem de ser respondido logicamente (classicamente falando), enquanto que, pelo raciocínio humano,

isso não é obrigatório, ou seja, um item pode ser respondido logicamente (sob os termos da Lógica Clássica).

Ainda, pela Lógica Clássica, para responder ao item, é preciso ter conhecimento (ou, espera-se que se tenha); já, com base no raciocínio humano, nem sempre se tem o conhecimento, no momento de responder ao item.

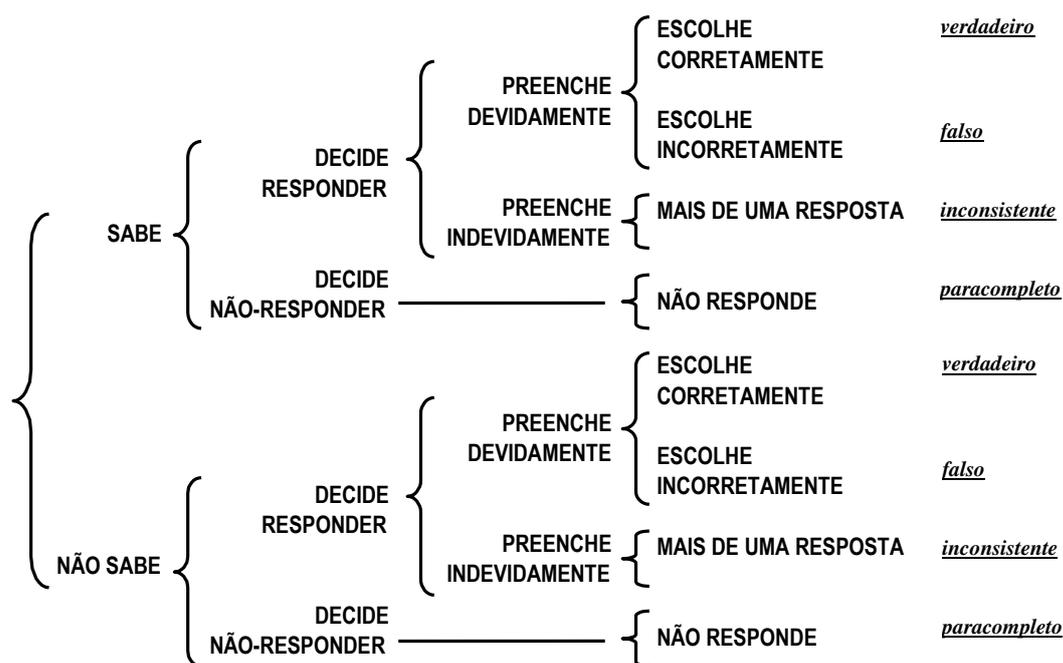
Tanto a Lógica Clássica como o raciocínio humano apresentam dois pontos de toque importantes: (a) para responder ao item, é preciso decidir que se vai responder; e (b) pode-se decidir não responder ao item, por ignorar a resposta ou por falta de vontade — ambos têm caráter decisório, o que não implicaria, *a priori*, uma base lógica constante e única.

O preenchimento indevido (a escolha de mais de uma resposta) e a ‘não-resposta’ causam problemas técnicos de teor clássico; em contrapartida, por meio do raciocínio humano, tanto o preenchimento dito indevido e a não-resposta não causam, *a priori*, problemas técnicos, visto que um problema técnico surge, apenas, depois da obtenção da resposta, e não durante o processo de obtenção.

Mesmo toda Lógica sendo binária, a dimensionalidade das lógicas varia, em termos de que elas conseguem traduzir, de modo binário e/ou multidimensional, suas características próprias. Nesse sentido, pode-se dizer que o raciocínio humano apresenta dimensão multifacetada.

Considerando essas informações, percebemos, então, que a Lógica Clássica, por sua importância, consiste em base para o raciocínio humano, mas este conseguiu tornar-se mais abstrato, e criar estruturas mais próximas de sua forma, em função das necessidades do próprio raciocínio humano, amoldando-o em uma espécie de padrão lógico-humano, ou seja, um padrão que leva em conta as características multifacetadas desse raciocínio.

A Figura I evidencia a contrapartida entre a Lógica Clássica, o raciocínio humano e as possibilidades de resposta de um item de um instrumento de coleta, com base na estrutura de conhecimento do ser humano e da tomada de decisão em responder (ou não) a esse item (Couto Junior, 2009). Logo, cada braço do esquema de árvore da figura I mostra uma possibilidade possível e esperada, quando da aplicação de um instrumento de coleta.



**Figura I** - Esquema didático-lógico, demonstrando a construção do raciocínio humano e sua inter-relação direta frente aos estados lógicos da Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial.

Pela Lógica Clássica, pode-se afirmar que somente consideram-se as respostas preenchidas devidamente; e que não é possível levar-se em consideração as não-respostas e os preenchimentos indevidos. Já, pelo raciocínio humano, consideram-se as respostas preenchidas e as intenções de responder, além de ser possível abordar o problema criado pelas não-respostas e pelos preenchimentos indevidos.

Por meio da aplicação da Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial, podemos estender as possibilidades de resposta de cada item do instrumento de coleta, pois:

(a) se o preenchimento for devido, podemos computar as respostas como na Lógica Clássica; e com isso, temos os estados lógicos verdadeiro e falso (respostas ditas corretas e incorretas).

(b) se o preenchimento for indevido, é possível realizar a computação das não-respostas como estado paracompleto – falta de informação; e é possível realizar a computação dos erros de preenchimento como estado inconsistente – excesso de informações.

Três aspectos da Lógica Paraconsistente, em função das possibilidades de resposta de um item de um instrumento de coleta, podem ser resumidos como se segue, e serão usados, como ideias básicas, para a proposta do cálculo do tamanho da amostra que será apresentada na próxima parte deste texto:

(a) permite a absorção de situações não previstas pela Lógica Clássica;

(b) permite a computação de todos os tipos de resposta possíveis (humanamente falando); e

(c) cria uma estrutura de estados lógicos, compatíveis com os tipos de resposta, estrutura essa bem mais próxima das possibilidades de teor humano, em relação à tomada de decisões.

### **3. Uma Aplicação em Amostragem — Proposta de Cálculo do Tamanho da Amostra**

De início, vamos expor a seguinte situação: estamos à procura de um número que represente o tamanho da amostra (Cochran, 1985; Deming, 1966, Kish, 1965). Devemos mostrar que esse número pode ser aceito como um tamanho de amostra. Para tanto, consideremos o número total de caminhos possíveis (formados por todas as possibilidades de respostas a serem consideradas em itens categóricos de um instrumento de coleta). Esse número é, por certo, um candidato a ser um tamanho de amostra, pois permite que todas as possibilidades de resposta sejam observadas. Tomemos este exemplo: se temos um item formado por duas categorias ditas *originais*, então quatro respondentes, *a priori*, seriam suficientes, para ter-se uma *amostra inicial*, pois há quatro possibilidades esperadas, aquelas que serão chamadas de *categorias efetivas*: a escolha da primeira categoria efetiva, a escolha da segunda categoria efetiva, a escolha de ambas as categorias efetivas concomitantemente, e a escolha de nenhuma categoria efetiva, conforme foi exposto nas ideias metodológicas. Logo, quatro é um tamanho amostral sugestivo para essa proposta. Extensivamente, se tivermos uma lista de itens com categorias originais previamente definidas, precisaremos de um número suficientemente grande de elementos para abarcar todas as possibilidades de preenchimento dos itens dessa lista. Assim, esse número de elementos pode ser considerado, também, como o número de elementos amostrais, ou seja, como um tamanho de amostra. O número de categorias efetivas de um item pode ser calculado por:  $2^k$ , onde  $k$  é o número de categorias originais.

Se pudermos aceitar que um tamanho de amostra inicial seja considerado como o número de elementos componentes que cobrem todos os caminhos possíveis (combinações possíveis) formados pelos itens e suas respectivas categorias efetivas (Grimaldi, 1986), então podemos dar um próximo passo para o cálculo do tamanho da amostra com base na

estrutura do instrumento de coleta. Essa suposição é fundamental, neste momento, mas deve receber uma crítica: ela não contempla uma possível diferenciação de representatividades entre as categorias efetivas de cada item, o que seria esperado, porque, em geral, alguns caminhos são mais frequentes do que outros; além disso, alguns caminhos podem, inclusive, ser impossíveis de serem observados. Porém, a técnica de cálculo de tamanho de amostra que está sendo proposta parece numericamente viável, pois o número de caminhos possíveis pode, efetivamente, ser considerado como um tamanho de amostra, em função do crescimento do número de itens, e por consequência natural, em função do crescimento do número de categorias efetivas.

Esse aceite tem teor subjetivo e é intuitivo. Se pensarmos em um estado real, isso pode ser aceito, de imediato, porque os instrumentos de coleta de dados podem ter vários itens compostos por várias categorias originais — em geral, não menos do que algumas dezenas de itens binários (com duas categorias), ternários (com três categorias), quaternários (com quatro categorias) etc. são comuns em instrumentos de coleta. Assim, intuitivamente, pode-se aceitar que um tamanho de amostra inicial possa ser considerado como sendo o número de caminhos possíveis a ser observado, e cuja base assenta-se sobre o número de categorias efetivas do instrumento de coleta adotado.

Matematicamente (Griffitts HB e Hilton, 1975), pode-se representar esse tamanho de amostra inicial como mostra a fórmula [1]:

$$n_1 = \binom{c^E}{2} - \sum_{i=1}^k \binom{c_i^E}{2} \quad [1]$$

onde:

$n_1$  — tamanho da amostra inicial

$c^E$  — número de categorias efetivas do instrumento de coleta

$c_i^E$  — número de categorias efetivas do  $i$ -ésimo item

$k$  — número de itens do instrumento de coleta

Ainda, considerando a prática, sabemos que alguns desses caminhos podem aparecer mais do que outros, conforme já mencionamos. Assim, existe um *grau de similaridade* entre os respondentes de um instrumento de coleta, que, por sua vez, podem produzir, então, caminhos iguais, permitindo que alguns caminhos sejam mais representativos do que outros (Borg e Groenen, 2005). Consideremos o grau de similaridade como sendo um número entre zero e um, representando, portanto, um percentual: se for um, então a similaridade é total, ou seja, todos respondem aos itens do instrumento de coleta de modo igual; se for zero, então a similaridade é nenhuma, ou seja, todos respondem, de modo diferente uns dos outros, aos itens do instrumento de coleta.

Assim, pode-se escrever que:

$$n_2 = (1 - g^S) \times n_1 \quad [2]$$

onde:

$n_2$  — tamanho da amostra considerando o grau de similaridade

$g^S$  — grau de similaridade

$n_1$  — tamanho da amostra inicial

Na prática, os graus de similaridade são valores que se afastam de zero e de um, e portanto, estão no entremeio desses dois extremos. Sendo assim,  $n_2$  será, sempre, menor do que  $n_1$ . Com isso, conhecendo-se o grau de similaridade, calculamos o tamanho da amostra. O problema reside no fato de que esse grau de similaridade é, na prática, desconhecido, apesar de passível de estimação. Logo, desejamos buscar um estimador para o grau de similaridade.

Intuitivamente, como foi dito, tanto maior seja o instrumento de coleta, e menor será o grau de similaridade esperado, pois, podemos supor que quanto maior o número de possibilidades diferentes de caminhos a serem percorridos, tanto menor será a similaridade entre as respostas dos elementos componentes da amostra. E o número de possibilidades diferentes de caminhos é tanto maior, quanto maior for o número de itens do instrumento de coleta; e ainda, quanto maior for o número de itens do instrumento de coleta, tanto maior será o número de categorias originais disponíveis desse instrumento. Assim, pode-se afirmar que o grau de similaridade apresenta-se como inversamente proporcional ao número de categorias originais do instrumento de coleta. Então, podemos escrever que:

$$1 - g^s \approx \frac{1}{c^o} \quad [3]$$

onde:

$g^s$  — grau de similaridade

$c^o$  — número total de categorias originais do instrumento de coleta

Como, para um mesmo número de itens de um instrumento de coleta, o fator que permite o aumento de caminhos é o número de categorias originais de cada item, podemos considerar

o número total dessas categorias do instrumento de coleta como sendo o estimador ideal para ser usado na estimação do grau de similaridade. Assim, podemos reescrever:

$$n_2 = \frac{1}{c^O} \times n_1 \quad [4]$$

onde:

$n_2$  — tamanho da amostra considerando o grau de similaridade

$c^O$  — número total de categorias originais do instrumento de coleta

$n_1$  — tamanho da amostra inicial

Com isso, o tamanho da amostra poderá ser calculado do seguinte modo:

$$n = \frac{\binom{c^E}{2} - \sum_{i=1}^k \binom{c_i^E}{2}}{c^O} \quad [5]$$

onde:

$c^E$  — número de categorias efetivas do instrumento de coleta

$c_i^E$  — número de categorias efetivas do  $i$ -ésimo item

$k$  — número de itens do instrumento de coleta

$c^O$  — número total de categorias originais do instrumento de coleta

Ou, de outro modo (Couto Junior, 2009):

$$n = \frac{\binom{c^E}{2} - \sum_{i=1}^k \binom{c_i^E}{2}}{\sum_{i=1}^k c_i^O} \quad [6]$$

onde:

$c^E$  — número de categorias efetivas do instrumento de coleta

$c_i^E$  — número de categorias efetivas do  $i$ -ésimo item

$k$  — número de itens do instrumento de coleta

$c_i^O$  — número de categorias originais do  $i$ -ésimo item

Assim, o numerador da fórmula [6] tem sua base assentada sobre o número de categorias efetivas (de teor paraconsistente), enquanto que o denominador é caracterizado pelo número de categorias originais (de teor clássico).

Para amostras ditas pequenas (Gordon e Watson, 1994), e/ou, para cálculos de tamanho de amostra em que seja necessário, por razões técnicas, levar em conta o tamanho da população da qual a amostra será coletada (Vickers, 2001), pode-se ajustar o cálculo acima, considerando a fórmula [7] (Couto Junior, 2009):

$$n = \frac{\binom{c^E}{2} - \sum_{i=1}^k \binom{c_i^E}{2}}{\sum_{i=1}^k c_i^O} \quad [7]$$
$$1 + \frac{1}{N} \times \left[ \frac{\binom{c^E}{2} - \sum_{i=1}^k \binom{c_i^E}{2}}{\sum_{i=1}^k c_i^O} - 1 \right]$$

onde:

$c^E$  — número de categorias efetivas do instrumento de coleta

$c_i^E$  — número de categorias efetivas do  $i$ -ésimo item

$k$  — número de itens do instrumento de coleta

$c_i^O$  — número total de categorias originais do  $i$ -ésimo item

$N$  — tamanho da população

Pela fórmula [7], quando o tamanho da população for relativamente pequeno, haverá um ajuste a ser levado em conta, e tanto maior seja o tamanho da população, o ajuste será cada vez menor, fazendo com que a fórmula [7] possa ser substituída pela fórmula [6].

Skalski (1992) sugere que um grau de perda de observações (um percentual entre maior do que 0% e menor do que 100%) pode ser incrementado: seja 'p' a proporção de perdas esperada, mostrada na fórmula [8]:

$$n' = \frac{n}{1-p} \quad [8]$$

Esse ajuste é comum para todos os cálculos de tamanho de amostra, quando a perda apresenta-se como elemento a ser considerado. Assim, em qualquer uma das formulações, pode-se levar em conta um grau de perda, que propiciará um aumento do tamanho da amostra, tanto maior o valor desse grau venha a ser estimado.

A proposta de Skalski (1992) não é única: ela foi selecionada para mostrar que a previsão de perdas de elementos amostrais pode ser levada em conta, para um ajuste na estimação do tamanho da amostra, fazendo um paralelo com a aplicação da Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial (Abe, 1992 e 1997). O estado paraconsistente *paracompleto* (falta de informação) equivale-se à preocupação que se tem, quando as perdas são iminentes, e serve não somente como característica típica de pesquisas nas áreas das Biociências (por conta de perdas que, em geral, efetivamente ocorrem), mas, também, como auxiliar importante para a nova proposta de cálculo do tamanho da amostra, conforme expusemos neste texto.

#### **4. Exemplos Numéricos da Aplicação das Fórmulas [6], [7] e [8]**

##### **4.1. Uso da Fórmula [6]**

A fórmula originalmente desenvolvida (fórmula [6]) pode ser usada para calcularmos o tamanho de uma amostra, em duas situações imediatas:

(a) quando desconhecemos o tamanho da população de onde a amostra será coletada; exemplo: um instrumento de coleta de dados será aplicado para a obtenção de uma amostra de pessoas diabéticas, em uma metrópole; ou

(b) quando o tamanho da população de onde a amostra será coletada é considerado grande; exemplo: sabemos que o tamanho da população da cidade de São Paulo é de aproximadamente 11 milhões de pessoas; um instrumento de coleta de dados será aplicado para a obtenção de uma amostra de pessoas que, potencialmente, podem ser doadoras de sangue.

##### **4.2. Uso da Fórmula [7]**

A fórmula [7], derivada da fórmula original (fórmula [6]), deve ser usada quando o tamanho da população é conhecido e relativamente pequeno; exemplo: em um serviço clínico de um grande hospital, existem 7.000 prontuários de pacientes com insuficiência cardíaca, cadastrados no sistema de controle, no ano de 2010; o pesquisador responsável deseja coletar uma amostra, com base nessa população, aplicando um instrumento de coleta de dados específico para esses doentes.

### **4.3. Uso da Fórmula [8]**

Quando consideramos perdas de elementos amostrais que são previsíveis — durante o processo de coleta, ou mesmo, depois de terminada a coleta e submetida a amostra à uma crítica sobre falhas de preenchimento do instrumento usado, recusas dos respondentes a participar integralmente da pesquisa e uma série de outras possibilidades que prejudiquem a integridade dos dados coletados —, podemos reestimar o tamanho da amostra, aumentando-o. Exemplo: o tamanho da amostra calculado foi de 900 elementos; suponhamos, que, de antemão, teremos de considerar uma perda de 10%; assim, o ajuste sugerido pela fórmula [8] propiciará que o tamanho da amostra a ser pleiteada deva ser de 1.000 elementos amostrais.

### **4.4. Exemplos Práticos**

Um exemplo de instrumento de coleta bastante comum é o SF-36 (Ciconelli et al, 1999), que investiga a qualidade de vida de pacientes submetidos a quaisquer tratamentos, sendo composto por onze macro-itens subdivididos em 36 itens que, por sua vez, são compostos por sete itens com duas categorias, dez itens com três categorias, nove itens com cinco categorias, e dez itens com seis, totalizando os 36 itens mencionados.

Serão realizados os cálculos do tamanho da amostra, para os dois casos, mencionados nos itens 4.1 e 4.2: o primeiro, em que a população da qual a amostra será coletada seja muito grande, e o segundo, uma população de tamanho igual a 7.000.

Os valores básicos a serem calculados para uso nas fórmulas de cálculo do tamanho da amostra são:

$c^E$  — número de categorias efetivas do instrumento de coleta:

$$7 \times 2^2 + 10 \times 2^3 + 9 \times 2^5 + 10 \times 2^6 = 1.036$$

$c_i^E$  — número de categorias efetivas do  $i$ -ésimo item: 4, 8, 32 e 64

$k$  — número de itens do instrumento de coleta: 36

$c_i^O$  — número de categorias originais do  $i$ -ésimo item: 2, 3, 5 e 6

$\Sigma c_i^O$  — número de categorias originais do instrumento de coleta:

$$7 \times 2 + 10 \times 3 + 9 \times 5 + 10 \times 6 = 149$$

$N$  — tamanho da população: 7.000

Para o primeiro caso, substituindo-se os valores na fórmula [6], vem que:

$$n = \frac{\binom{c^E}{2} - \sum_{i=1}^k \binom{c_i^E}{2}}{\sum_{i=1}^k c_i^O} = \frac{\binom{1036}{2} - 7 \times \binom{4}{2} - 10 \times \binom{8}{2} - 9 \times \binom{32}{2} - 10 \times \binom{64}{2}}{149}$$

$$n = \frac{536130 - 24946}{149} = 3430,765 < 3431$$

Neste caso, a aplicação do instrumento de coleta usado exige, no mínimo, 3.431 sujeitos para compor a amostra desejada.

Para o segundo caso, usando a fórmula [7], e considerando uma população de 7.000 pessoas, temos que:

$$n = \frac{\binom{c^E}{2} - \sum_{i=1}^k \binom{c_i^E}{2}}{\sum_{i=1}^k c_i^O}$$

$$n = \frac{1}{1 + \frac{1}{N} \times \left[ \frac{\binom{c^E}{2} - \sum_{i=1}^k \binom{c_i^E}{2}}{\sum_{i=1}^k c_i^O} - 1 \right]}$$

$$n = \frac{\binom{1036}{2} - 7 \times \binom{4}{2} - 10 \times \binom{8}{2} - 9 \times \binom{32}{2} - 10 \times \binom{64}{2}}{149}$$

$$n = \frac{1}{1 + \frac{1}{7000} \times \left[ \frac{\binom{1036}{2} - 7 \times \binom{4}{2} - 10 \times \binom{8}{2} - 9 \times \binom{32}{2} - 10 \times \binom{64}{2}}{149} - 1 \right]}$$

$$n = \frac{\frac{536130 - 24946}{149}}{1 + \frac{1}{7000} \times \left[ \frac{536130 - 24946}{149} - 1 \right]} = \frac{3430,765}{1 + \frac{1}{7000} \times 3429,765}$$

$$n = \frac{3430,765}{1,490} = 2302,579 < 2303$$

Assim, das 7.000 pessoas disponíveis, 2.303 deverão ser selecionadas para compor a amostra que será estudada.

Para finalizar os exemplos numéricos, suponhamos, que, de antemão, teremos de considerar a perda de 10%, mencionada no item 4.3, ou seja, que teremos de recalculer o tamanho da amostra, para os dois exemplos práticos: Sendo assim, poderemos prever que,

para o primeiro caso, em que o tamanho da amostra é de 3.431, teremos um tamanho ajustado de 3.813; para o segundo exemplo, 2.559 elementos serão necessários, se considerarmos a referida perda de 10%, para os 2.303 elementos amostrais originalmente previstos.

## **5. Vantagens e Desvantagens do Método Proposto**

Finalmente, vamos listar algumas vantagens e desvantagens do método referente a essa proposta para cálculo de tamanho de amostra, cuja base está assentada sobre a Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial.

### **5.1. Vantagens**

- (a) permite calcular o tamanho da amostra em função da composição do instrumento de coleta, possibilitando que o próprio instrumento, nos casos possíveis e/ou necessários, seja readequado em função dos itens que efetivamente são de interesse na investigação.
- (b) leva em consideração todas as combinações de respostas possíveis; intuitivamente, isso permite afirmar que qualquer combinação de respostas foi considerada, em função de todas as possibilidades de combinação existentes.
- (c) tendo-se feito o cálculo do tamanho da amostra para um instrumento de coleta, o mesmo não se altera, o que pode facilitar o uso desse número em diversas investigações diferentes.

- (d) não necessita de informações externas; só necessita do conhecimento da estrutura do instrumento de coleta.
- (e) é um cálculo relativamente fácil de ser feito, pois depende, apenas, das contagens dos elementos formadores de sua formulação, e não de um estudo-piloto ou pesquisa prévia para conseguir-se os valores necessários para o cálculo do tamanho da amostra.
- (f) não depende do tamanho da escala de qualquer variável, pois cada escala é transformada em uma estrutura de categorias.
- (g) este cálculo independe da estimação de valores prévios de nível de significância e de poder do teste, bem como da adoção, também prévia, de algum teste estatístico.

## **5.2. Desvantagens**

- (a) no caso de instrumentos de coleta muito grandes, a depender do número de itens e principalmente, do número de categorias originais, o tamanho da amostra a ser calculado pode ser grande o suficiente, para inviabilizar a pesquisa; a sugestão, neste caso, é a de sempre considerar populações limitadas por valores da ordem de grandeza das dezenas, centenas ou algumas unidades de milhar; se isso não puder ser viabilizado, então deve-se recorrer a outros métodos de cálculo de tamanho de amostra.
- (b) no caso de instrumentos de coleta muito pequenos, o problema anterior se inverte, e a amostra pode ser pouco representativa para a condução da pesquisa; sugere-se, então, também, recorrer a outros métodos de cálculo de tamanho de amostra.
- (c) nem sempre, é possível transformar os itens e suas eventuais categorias, para que o instrumento possa consistir em base para o cálculo do tamanho da amostra; com isso,

surtem efetivas dificuldades para a criação de categorias em itens cujas respostas são abertas, ou mesmo, em escalas numéricas cujas divisões não se tornam claras para a criação de categorias sugestivas.

(d) Chen (1989) alerta para o volume de classificações errôneas em categorias oriundas de variáveis que originalmente não são categóricas: esse número pode ser relativamente elevado, e prejudicará o cálculo do tamanho da amostra, quando não se conhece, com precisão, quais serão as categorias a serem determinadas para cada variável em que isso for necessário.

## **6. Referências Bibliográficas**

Abe JM Fundamentos da Lógica Anotada, Tese de Doutorado, FFLCH - USP, 135 pp, 1992.

Abe JM Some Aspects of Paraconsistent Systems and Applications, *Logique et Analyse*, 157: 83-96, 1997.

Borg I e Groenen PJF *Modern multidimensional scaling theory and applications*, 2ed. New York: Springer, 2005.

Cochran W *Sampling Techniques*, 2nd ed., Boston: John Wiley & Sons, 1985.

Couto Junior EB Abordagem não-paramétrica para cálculo do tamanho da amostra com base em questionários ou escalas de avaliação na área de saúde [tese]. São Paulo: Faculdade de Medicina, Universidade de São Paulo; 2009.

Deming WE *Some theory of sampling*. New York: Dover, 1966.

Gordon I e Watson R A note on sample size determination for comparison of small probabilities, *Control Clin Trials*, **15**: 77-9, 1994.

Griffitts HB e Hilton PJ Matemática Clássica — uma interpretação contemporânea, São Paulo: Edgard Blucher, EDUSP, 1975.

Grimaldi, RP *Discrete and Combinatorial Mathematics* — an applied introduction. Reading (Massachusetts): Addison-Wesley Publishing Company, 1986.

Kish L *Survey sampling*, New York: John Wiley & Sons, 1965.

Skalski JR Sample size calculations for Normal variates under Binomial censoring, *Biometrics*, **48**: 877-82, 1992.

Vickers A How to reduce the number of patients needed for randomized trials: a basic introduction. *Complement Ther Med*, **9**: 234-6, 2001.

**Euro de Barros Couto Junior** - possui graduação em Ciências Físicas e Biológicas pela Faculdade Tiberiçá (1984), graduação em Estatística pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (1990), mestrado (2002) e doutorado (2004) em Cultura e Literatura Russas pela Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas (USP - especialidade: História da Música Russa) e doutorado em Ciências pela Faculdade de Medicina da Universidade de São Paulo (2009 - especialidade: Bioestatística e Amostragem Não-paramétrica). Atualmente, faz parte do Grupo de Lógica coordenado pelo Prof. Dr. Jair Minoru Abe.

## **Aspectos das Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes**

<sup>1</sup>Sheila Souza

<sup>2</sup>Jair Minoro Abe

<sup>1</sup>Faculdade de Medicina – USP

<sup>2</sup>Universidade Paulista

<sup>2</sup>Instituto de Estudos Avançados – USP

### **Resumo**

Neste trabalho, de caráter introdutório, apresentamos uma breve visão das Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes e um exemplo de seu uso, na aplicabilidade no reconhecimento de caracteres numéricos, estudando apenas alguns aspectos da implementação. Um trabalho mais completo está em curso.

**Palavras-chave:** Redes neurais artificiais, Lógica paraconsistente, Lógica Anotada, Reconhecimento de padrões, Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes

## **Abstract**

In this work, introductory in character, we present a brief essay of Paraconsistent Artificial Neural Network and an example of its use, applicability in the numerical character recognition, studying only some aspects of its implementation. A more complete work is in progress.

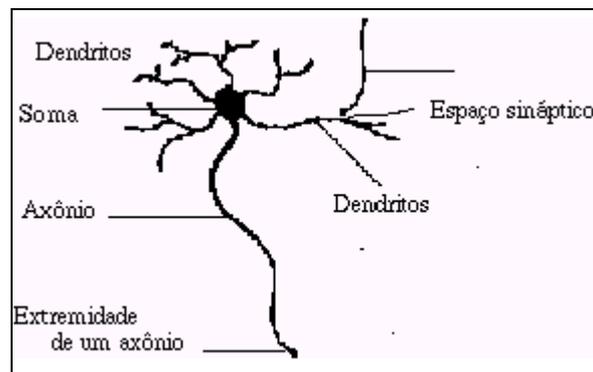
**Keywords:** Artificial Neural Networks, Paraconsistent logic, Annotated logic, Pattern recognition, Paraconsistent Artificial Neural Networks

Neste capítulo bosquejamos sobre as Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes – RNAPs. Elas constituem uma das inúmeras possibilidades de pesquisa de aplicações da Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$ , e aqui apresentamos aspectos introdutórios dessa nova teoria, com uma indicação de aplicação, no reconhecimento de caracteres numéricos. Salientamos que apesar de a teoria das RNAPs estar fundamentada em outras obras, o exemplo constitui apenas indicativos de como se pode aplicá-la na prática. Desse modo, o que apresentamos não constitui um estudo completo; com efeito, ela reflete parte de uma investigação mais ampla em curso.

## **1. Redes Neurais Artificiais – RNA**

O cérebro humano possui aproximadamente 10 bilhões de neurônios e cada neurônio realiza entre mil a dez mil sinapses, formando uma gigantesca rede neural capaz de processar informações através das conexões existentes entre os neurônios, conhecidas como sinapses.

Grosso modo, um neurônio biológico é composto por um corpo celular denominado soma e por diversas ramificações. Essas ramificações, conhecidas como dendritos, conduzem os sinais das extremidades para o corpo. Existe também uma ramificação, geralmente única, denominada axônio, responsável por conduzir os sinais para outros neurônios através das sinapses.



**Figura I - Neurônio Biológico**

A teoria das Redes Neurais Artificiais são paradigmas computacionais baseados em modelos matemáticos que a despeito das computações tradicionais possui uma estrutura e operação que, grosso modo, tentam “imitar” o funcionamento do neurônio biológico humano.

Tais redes também são conhecidas como sistemas conexionistas, sistemas paralelos distribuídos ou sistemas adaptativos, pois são compostos por uma série de elementos de processamento interconectados que operam em paralelo.

Um dos objetivos originais das Redes Neurais Artificiais é entender e modelar as características funcionais e propriedades computacionais do cérebro quando executa processos cognitivos tais como percepção sensorial, categorização de conceitos, associação de conceitos e aprendizado. Entretanto, hodiernamente um grande esforço está direcionado nas aplicações que envolvem reconhecimento e classificação de padrões, compressão de dados e otimização.

Uma Rede Neural Artificial genérica pode ser definida como um sistema computacional consistindo de um conjunto de elementos de processamento altamente interconectados, denominados neurônios artificiais, o qual processa uma informação como resposta a um estímulo externo. Um neurônio artificial é uma representação simplificada que emula a integração de sinais e dispara no limiar comportamento dos neurônios biológicos por meio de equações matemáticas.

Como em sua contraparte biológica, neurônios artificiais são limitados conjuntamente por conexões que determinam o fluxo de informações entre os neurônios. Estímulos são transmitidos de um processamento a outro via sinapses ou interconexões, que podem ser excitatórios ou inibitórios. Se o *input* a um neurônio é excitatório, é mais provável que este neurônio transmita um sinal excitatório aos outros neurônios a ele conectados. Um *input* inibitório provavelmente se propagará como inibitório.

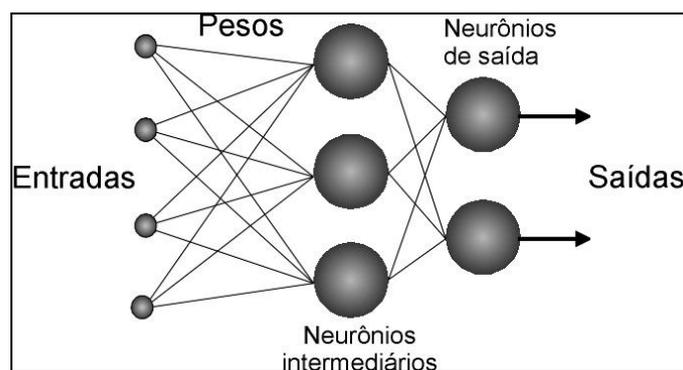
Redes Neurais Artificiais dispõem-se tipicamente em “camadas”. Cada camada em uma rede neural constitui um arranjo de elementos processadores ou neurônios. Informações

fluem através de cada elemento na forma de *input-output*. Em outras palavras, cada elemento recebe um sinal de *input*, manipula-o e encaminha um sinal de output a outros elementos conectados na camada adjacente.

Assim como o cérebro humano é capaz de aprender e tomar decisões baseadas na aprendizagem, uma RNA permite que um sistema de processamento seja capaz de armazenar conhecimento baseado em experiências e disponibilizar este conhecimento para aplicação.

Esse comportamento inteligente advém das interações entre as unidades de processamento da rede, que em sua constituição possui várias unidades de processamento com uma série de neurônios artificiais conectados entre si.

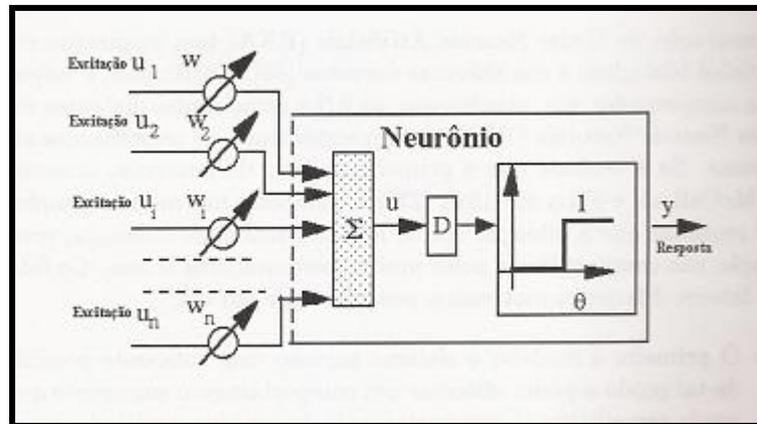
Sendo assim, a capacidade de aprendizado, ou seja, a capacidade de auto ajustar-se na tentativa de reconhecer padrões a partir das informações fornecidas, destaca-se talvez como a maior vantagem apresentada pelas Redes Neurais Artificiais.



**Figura II - Rede Neural Artificial – esquema geral**

O primeiro modelo de neurônio artificial foi proposto por [McCulloch & Pitts 43]. Ele constitui-se um modelo “simples” e a intenção deles era de se obter um modelo teórico do neurônio biológico, considerando-o basicamente como um circuito binário. Hoje sabe-se

que tal teoria é extremamente poderosa e provou-se ser equivalente à máquina de Turing (ver, por exemplo, [Arbib 97]).



**Figura III** – Modelo de McCulloch & Pitts

Uma outra teoria, hoje clássica, o “Perceptron”, foi proposto por Frank Roseblatt em 1957 [Roseblatt 58] sendo inicialmente utilizado em reconhecimento de caracteres. Como no caso anterior, observamos que o perceptron também faz uso de neurônios binários. Independentemente, porém, semelhante a esses estudos, Widrow [Widrow 63], [Widrow & Holf 60] e [Widrow & Winter 88] propuseram o ADALINE (ADaptive LInear NEuron). Para formar uma RNA, Widrow construiu o MADALINE, que grosso modo considera como regra o voto de “maioria”. Minsky e Paperti [Minsky & Paperti 88] investigaram pormenorizadamente o Perceptron usando argumentos geométricos e lógicos.

## **2. A Lógica Paraconsistente**

Como a exposição no restante deste capítulo baseia-se nas lógicas paraconsistentes anotadas, achamos conveniente expor brevemente os principais conceitos, definições e um pequeno histórico.

A Lógica Paraconsistente teve como precursores o lógico russo N.A. Vasilev e o lógico polonês J. Łukasiewicz. Ambos, em 1910, independentemente, publicaram trabalhos nos quais tratavam da possibilidade de uma lógica que não eliminasse, *ab initio*, as contradições. Todavia, os trabalhos desses autores, no tocante à paraconsistência, se restringiram à lógica aristotélica tradicional. Somente em 1948 e 1954 que o lógico polonês S. Jaśkowski e o lógico brasileiro N.C.A. da Costa, respectivamente, embora independentemente, construíram a lógica paraconsistente. Também, independentemente dos trabalhos de Da Costa, o lógico D. Nelson sugeriu em 1959 uma lógica paraconsistente como uma versão de seu sistema conhecido como lógicas construtivas com negação forte.

Jaśkowski formalizou um cálculo proposicional paraconsistente denominado *Cálculo Proposicional Discursivo* (ou *Discussivo*), ao passo que Da Costa desenvolveu várias lógicas paraconsistentes contendo todos os níveis lógicos comuns.

Seja  $T$  uma teoria fundada sobre uma lógica  $L$ , e suponha-se que a linguagem de  $T$  e de  $L$  contenha um símbolo para a negação — se houver mais de uma negação, uma delas deve ser escolhida, pelas suas características lógico formais.  $T$  diz-se *inconsistente* se ela possuir teoremas contraditórios; isto é, um é a negação do outro; caso contrário,  $T$  diz-se *consistente*.  $T$  diz-se *trivial* se todas as fórmulas de  $L$  — ou todas as fórmulas fechadas de  $L$  — forem teoremas de  $T$ ; em hipótese contrária,  $T$  diz-se *não-trivial*.

Analogamente, a mesma definição aplica-se a sistemas de proposições, conjunto de informações, etc. (levando-se em conta, naturalmente, o conjunto de suas conseqüências).

Na lógica clássica e em muitas categorias de lógica, a consistência desempenha papel deveras importante. Com efeito, na maioria dos sistemas lógicos usuais, uma teoria  $T$  é trivial, então  $T$  é inconsistente e reciprocamente.

Uma lógica  $L$  chama-se *Paraconsistente* se puder servir de base para teorias inconsistentes mas não-triviais.

Outro conceito significativo para o que se segue é o de lógica paracompleta. Uma lógica  $L$  chama-se *Paracompleta* se ela puder ser a lógica subjacente a teorias nas quais se infringe a lei do terceiro excluído na seguinte forma: de duas proposições contraditórias, uma delas é verdadeira. De modo preciso, uma lógica se diz paracompleta se nela existirem sistemas não-triviais maximais aos quais não pertencem uma dada fórmula e sua negação.

Finalmente, uma lógica  $L$  denomina-se *Não-Alética* se  $L$  for Paraconsistente e Paracompleta.

### **3. A Lógica Paraconsistente Anotada**

As lógicas paraconsistentes anotadas são uma família de lógicas não-clássicas surgidas no final da década de 90 do século passado em programação lógica [Subrahmanian 87]. Devido às aplicações obtidas, tornou-se conveniente um estudo de suas bases.

Os estudos sobre os fundamentos da lógica paraconsistente anotada foram efetuados por vários autores, entre eles, Da Costa, Abe, Akama e outros [Abe 92]. Em [Abe 92] estudou-se a lógica de predicados, teoria de modelos, teoria anotada de conjuntos e alguns sistemas modais, estabelecendo-se um estudo sistemático dos fundamentos das lógicas anotadas apontadas em trabalhos anteriores. Em particular, esse autor obteve metateoremas de completude forte e fraca para uma subclasse de lógica anotada de primeira ordem e fez um estudo sistemático da teoria anotada de modelos, generalizando a maioria dos resultados padrão para os sistemas anotados.

Outras aplicações dos sistemas anotados foram iniciados por Abe por volta de 1993 e juntamente com discípulos diretos implementou-se a linguagem de programação paraconsistente Paralog. Tais idéias aplicaram-se na construção de um protótipo e especificação de uma arquitetura baseada na lógica paraconsistente anotada que integra vários sistemas computacionais – planejadores, base de dados, sistemas de visão, etc. de uma célula de manufatura [Prado 96] e representação de conhecimento por Frames, permitindo representar inconsistências e exceções [Ávila 96].

Da Silva Filho, outro discípulo de Abe, interessou-se na aplicação da lógica paraconsistente anotada  $P\tau$  em circuitos digitais, obtendo-se a implementação das portas lógicas Complement, And e Or [Da Silva Filho 99]. Tais circuitos permitem sinais “conflitantes” implementados em sua estrutura de modo não-trivial. Acreditamos que a contribuição dos circuitos elétricos paraconsistentes seja pioneira na área dos circuitos elétricos, abrindo-se novas vias de investigações. Nas pesquisas referentes ainda na parte de *hardware*, foi a edificação do analisador lógico – para-analisador que permite tratar conceitos de incerteza, inconsistência e paracompleteza. Também foram construídos controladores lógicos baseados nas lógicas anotadas – Paracontrol, simuladores lógicos – Parasim, tratamento de sinais – Parasônico. Como materialização dos conceitos discutidos construiu-se o primeiro robô paraconsistente com o *hardware* paraconsistente: a robô *Emmy* [Da Silva Filho 99], [Abe & Da Silva Filho 03] e o protótipo II da *Emmy* foi estudado em [Torres 04]. Outro robô paraconsistente construído com o software baseado na lógica paraconsistente anotada denominou-se *Sofya* e muitos protótipos subsequentes foram construídos: Amanda, Hephaestus, etc.

Os sistemas anotados são lógicas surpreendentemente úteis. Elas abarcam aspectos dos conceitos envolvidos em raciocínio não-monotônico, defesiable, default e deôntico [Nakamatsu, Abe & Suzuki 00].

Versões de lógicas anotadas também envolvem muitos aspectos das lógicas *fz*. Isto pode ser visto sob vários ângulos. A teoria anotada de conjuntos engloba *in totum* a teoria de conjuntos *fuzzy* [Abe 92]. Versões axiomatizadas da teoria *fuzzy* também foram obtidas.

Foi erigido o controlador híbrido *parafuzzy* que une características das lógicas anotadas e fuzzy [Da Silva Filho 99].

Finalmente, aspectos algébricos também foram investigados por Abe em [Abe, Akama & Nakamatsu 07] e outras algebrizações interessantes tem sido estudadas por outros autores.

Uma versão particular das lógicas anotadas, a lógica paraconsistente anotada evidencial  $E\tau$ , serviu de base para a edificação de uma nova classe de Redes Neurais Artificiais, a Rede Neural Artificial Paraconsistente (RNAP) [Da Silva Filho & Abe 01] e [Da Silva Filho, Abe & Torres 08], que passamos a discutir no próximo parágrafo.

#### **4. Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes - RNAPs**

A Rede Neural Artificial proposta em [Da Silva Filho & Abe 01] denominada Rede Neural Artificial Paraconsistente - RNAP baseia-se na lógica paraconsistente anotada evidencial  $E\tau$ . Tal lógica é capaz de manipular conceitos como de incerteza, de inconsistência e de paracompleteza no seu interior conforme [Abe 92].

Em conseqüência, a Rede Neural Artificial Paraconsistente é capaz também de manipular os conceitos citados diretamente, o que faz diferenciar das teorias de Redes Neurais Artificiais existentes na literatura. Tais conceitos (incerteza, inconsistência e paracompleteza) estão entre os conceitos mais desafiadores em reconhecimento de padrões, como é fácil de se imaginar.

Uma RNAP é composta por várias Unidades Neurais Artificiais Paraconsistentes - UNAPs - com funções distintas, tais como conexão, aprendizado, memorização etc., que tratam os sinais de entrada da rede provenientes dos graus de evidências favorável e contrária.

Essas UNAPs podem ser caracterizadas como aglomerados de Células Neurais Artificiais Paraconsistentes - CNAPs - interligadas entre si que analisam e modelam sinais elétricos inspirados no comportamento dos neurônios biológicos.

A partir dessa estrutura as RNAPs oferecem a possibilidade de modelar sistemas de programação ou circuitos com base no comportamento do cérebro humano, o que proporciona o tratamento de incertezas e informações contraditórias (inconsistência).

A seguir apresenta-se uma breve descrição de algumas células que compõem a Família das Células Neurais Artificiais Paraconsistentes.

A *Célula Neural Artificial Paraconsistente Analítica Real - CNAPar* - realiza uma análise paraconsistente das entradas e retorna o grau de evidência real diminuindo, assim, o efeito da inconsistência presente nas entradas.

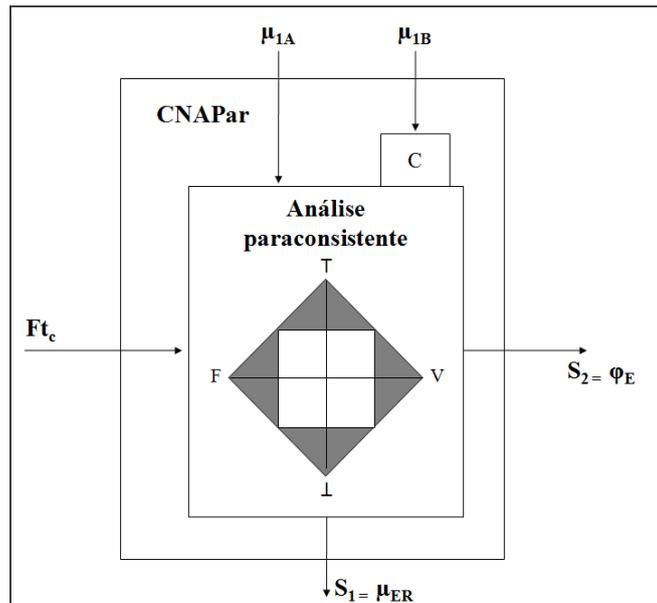


Figura IV - Célula Neural Artificial Paraconsistente Analítica Real

A Célula Neural Artificial Paraconsistente de Detecção de Igualdade - CNAPdi - compara as entradas e retorna um valor representando a igualdade entre elas.

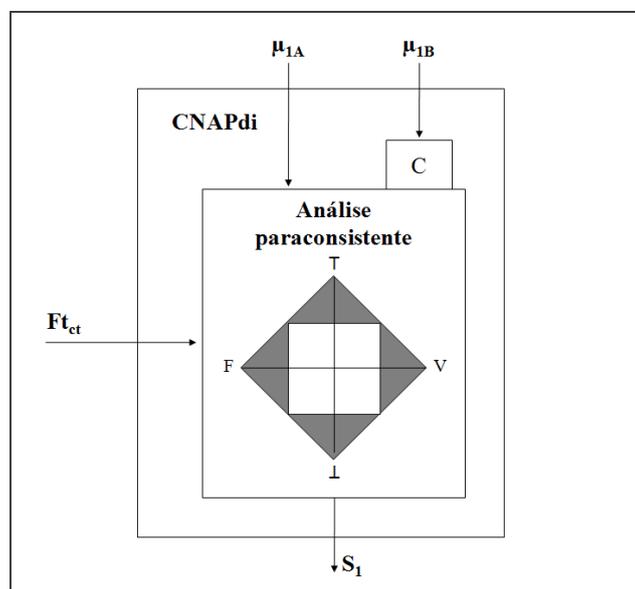
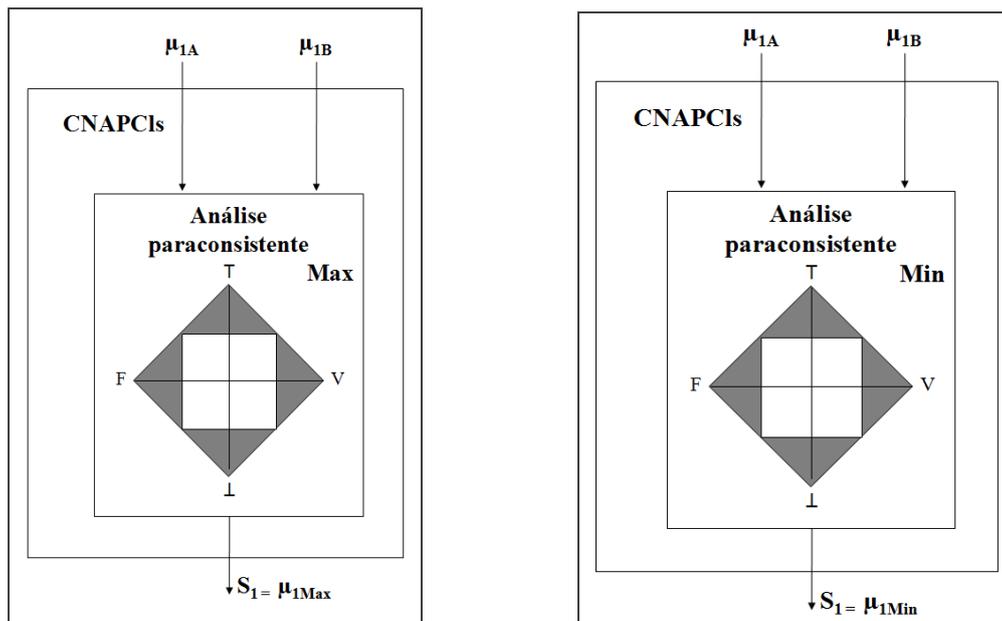


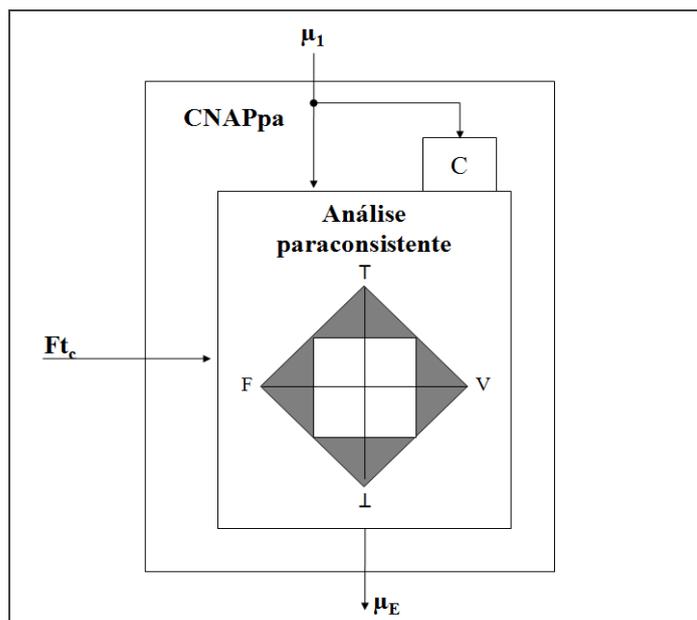
Figura V - Célula Neural Artificial Paraconsistente de Detecção de Igualdade

As Células Neurais Artificiais Paraconsistentes de Conexão Lógica Simples de Maximização e Minimização - CNAPcls - retornam o valor máximo e mínimo, respectivamente, a partir das entradas.



**Figura VI** - Células Neurais Artificiais Paraconsistentes de Conexão Lógica de Maximização e Minimização

A Célula Neural Artificial Paraconsistente de Passagem - CNAPpa - canaliza sinais para determinadas regiões da rede.



**Figura VII** - Célula Neural Artificial Paraconsistente de Passagem

## 5. Aplicações das Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes

As RNAPs tem se apresentado como uma importante ferramenta de pesquisa para aplicações que envolvem dados imprecisos, inconsistentes e paracompletos devido a sua capacidade de manipulação e tratamento desses dados.

Atualmente existem vários trabalhos desenvolvidos e em desenvolvimento na área de Inteligência Artificial com base nessa ferramenta. O reconhecimento de caracteres, por exemplo, destaca-se como uma das mais conhecidas e exploradas modalidades de reconhecimento de padrões, que consiste em características extraídas de um conjunto de caracteres com o objetivo de tentar reproduzir a capacidade humana de ler textos.

Como o objetivo da técnica de reconhecimento dos caracteres é classificar as palavras a partir das informações geradas pela extração das suas características. Em sistemas de reconhecimento de padrões a maior dificuldade está em determinar o conjunto de

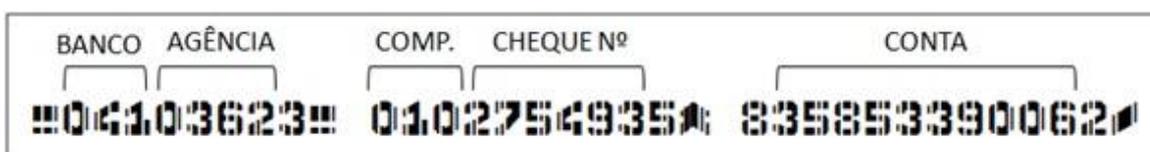
características passíveis de extração devido à interferência de erros e/ou ruídos. Considerando esses detalhes, o desempenho de um sistema automático de reconhecimento depende fundamentalmente da qualidade dos documentos nas suas formas original e digital.

Embora haja vários estudos no ramo de reconhecimento de caracteres, essa é uma área em constante desenvolvimento onde novas técnicas e metodologias surgem ao longo do tempo proporcionando melhor desempenho no reconhecimento.

A seguir apresentaremos um procedimento computacional automático para reconhecimento de caracteres CMC-7, pelo uso das Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes, utilizando alguns dos conceitos estudados anteriormente.

## **6. Sistema Paraconsistente para o Reconhecimento de Caracteres CMC-7**

O trabalho de pesquisa que apresentamos abaixo se trata de um sistema computacional paraconsistente para o reconhecimento de Caracteres Magnéticos Codificados em 7 barras (CMC-7), que ao receber como entrada uma imagem digitalizada de um caractere do tipo CMC-7, previamente tratada e binarizada, deve ser capaz de extrair algumas características específicas em formato de graus de evidências e, a partir dessas características, fazer o reconhecimento do caractere com base nos conceitos das Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes.

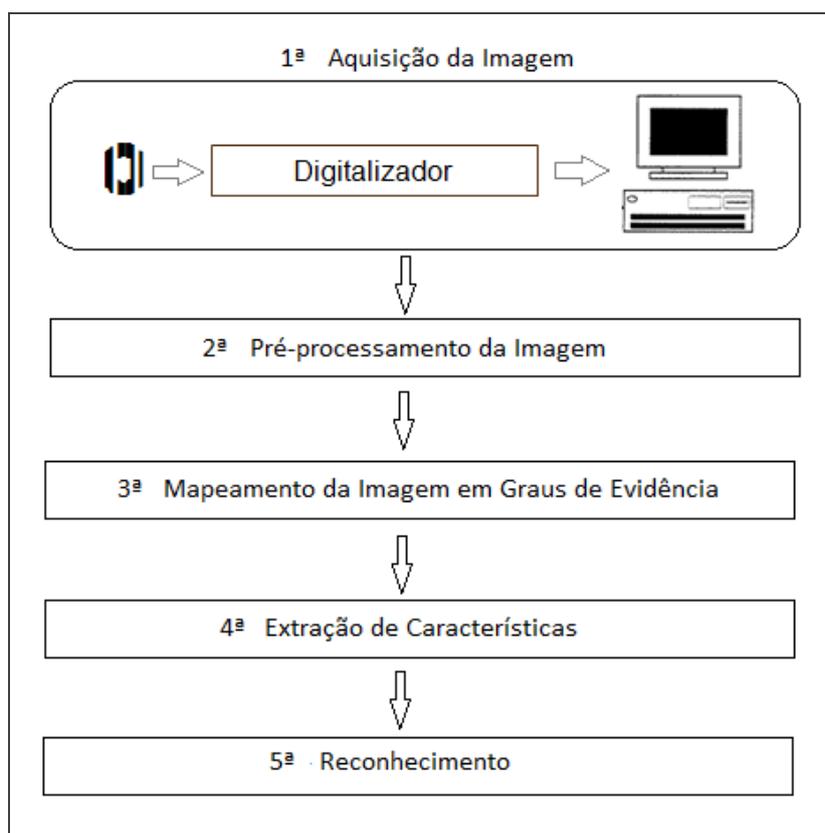


**Figura VIII** - Exemplo de Caracteres Magnéticos Codificados em 7 barras (CMC7)

utilizado em cheque bancário

O processo de reconhecimento subdivide-se em cinco fases: aquisição da imagem, pré-processamento da imagem, mapeamento da imagem em graus de evidência, extração de características e reconhecimento, ilustradas na Figura IX.

As duas primeiras fases referem-se a digitalização e pré-tratamento da imagem, as quais não serão abordadas nesse capítulo.

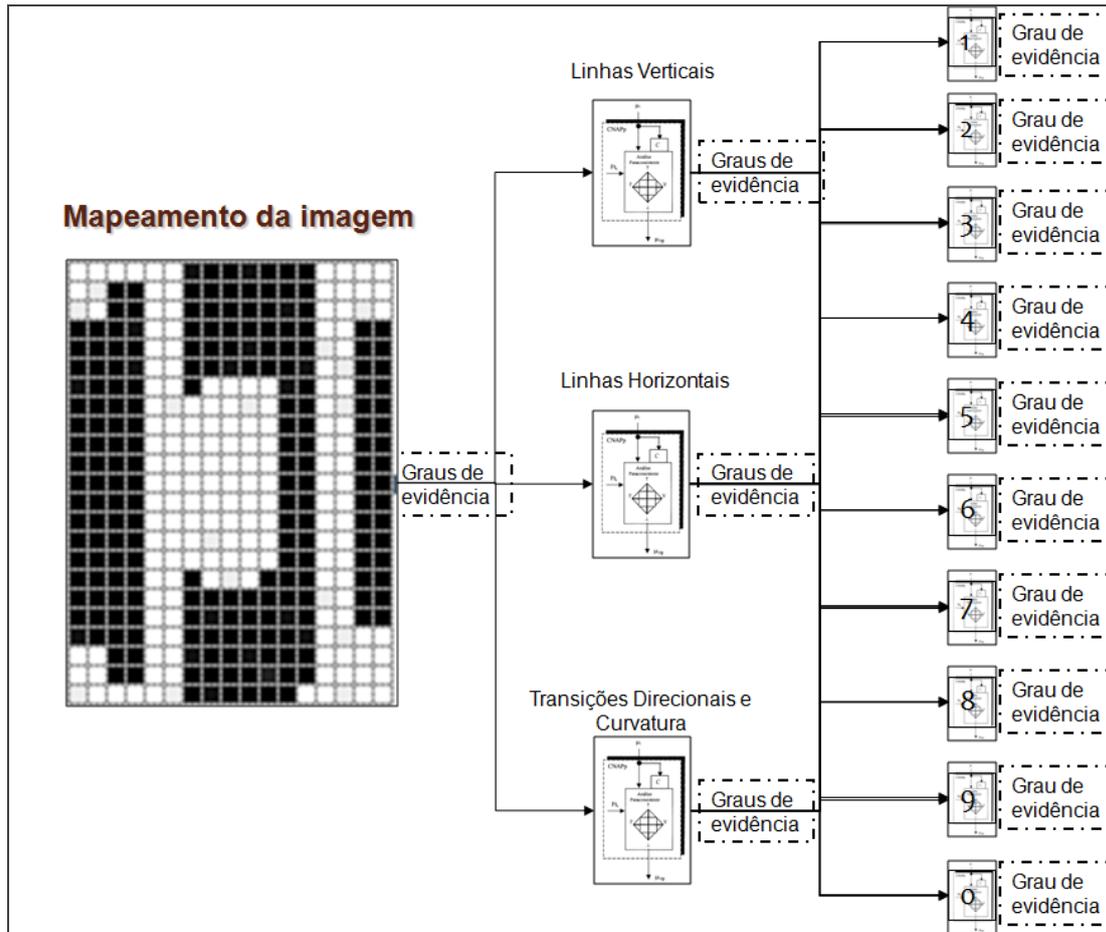


**Figura IX** - Fases para o processo de reconhecimento

Considerando como entrada do sistema uma imagem previamente tratada, temos a arquitetura do sistema apresentada pela Figura X composta por três camadas, sendo elas, mapeamento da imagem em graus de evidência, extração de características da imagem e o reconhecimento do caractere.

A primeira camada responsabiliza-se pelo mapeamento do contorno do caractere apresentado na imagem digitalizada. A partir desse mapeamento algumas características

como linhas verticais e horizontais, transições direcionais e curvatura são extraídas da imagem e, com base nessas características, o processo de reconhecimento é realizado na última camada utilizando os conceitos das Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes.



**Figura X - Arquitetura do Sistema**

A seguir apresentam-se alguns detalhes dos procedimentos realizados em cada camada.

### 6.1. Mapeamento da Imagem em Graus de Evidência

No processo de mapeamento da imagem extraímos o contorno da imagem adotando graus de evidência para cada pixel. Esse mapeamento é subdividido em quatro partes sendo elas: lado esquerdo, lado direito, topo e base da imagem.

Considerando que o grau de evidência deve ser um valor no intervalo  $[0, 1]$ , adotamos que '0' demonstra a ausência de pixel preto na linha/coluna analisada.

No caso dos lados esquerdo e direito, adotamos como base a normalização do grau de evidencia entre as colunas da imagem, ou seja, utilizamos um regra de três simples para calcular o grau de evidência com base na quantidade de colunas da imagem.

$$\begin{array}{l} [total\ de\ colunas] \quad \text{-----} \blacktriangleright \quad 1 \\ [coluna\ do\ pixel\ preto\ encontrado] \quad \text{----} \blacktriangleright \quad x \end{array}$$

Como exemplo podemos utilizar a Figura XI com 17 colunas e 23 linhas:

- *lado esquerdo*: a primeira linha da imagem possui o primeiro pixel preto na 7ª coluna, portanto o valor do grau de evidência atribuído equivale à  $7/17 = 0,41$ .
- *lado direito*: a primeira linha da imagem possui o último pixel preto na 13ª coluna, portanto o valor do grau de evidência atribuído equivale à  $13/17 = 0,76$ .

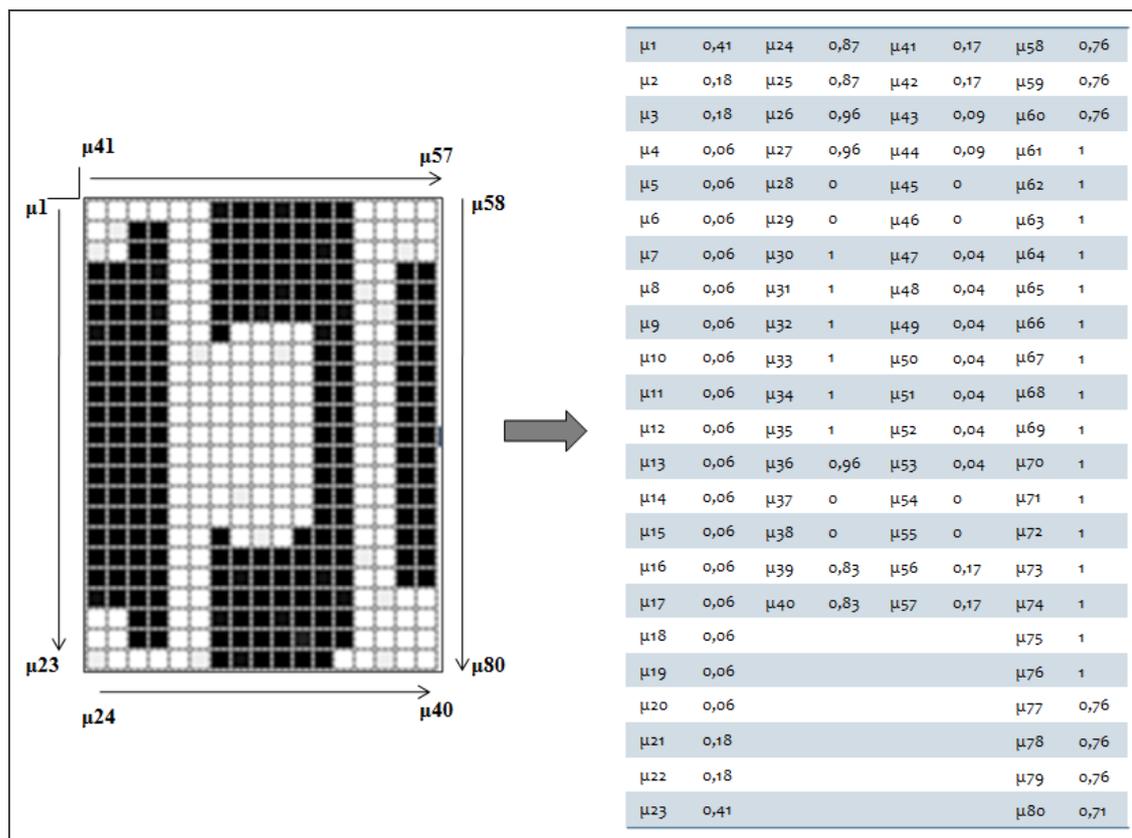


Figura XI - Mapeamento da imagem em Graus de evidência

No caso do topo e base da imagem, adotamos como base a normalização do grau de evidência entre as linhas, ou seja, utilizamos um regra de três simples para calcular o grau de evidência com base na quantidade de linhas da imagem.

$$[total\ de\ linhas] \quad \text{---} \rightarrow 1$$

$$[linha\ do\ pixel\ preto\ encontrado] \quad \text{---} \rightarrow x$$

Assim, ainda utilizando a Figura XI temos:

- *topo da imagem:* a primeira coluna possui o primeiro pixel preto na 4ª linha, portanto o valor do grau de evidência atribuído equivale à  $4/23 = 0,17$ .
- *base da imagem:* a primeira coluna possui o último pixel preto na 13ª linha, portanto o valor do grau de evidência atribuído equivale à  $20/23 = 0,87$ .

Ao final desse processo temos quatro grupos de graus de evidência (esquerda, direita, topo e base) representando o contorno da imagem, os quais são a base para o processo de extração de característica.

## **6.2. Extração de Características da Imagem**

Como o processo de reconhecimento é realizado a partir de características específicas do caractere, escolhemos algumas características com base no estudo de algumas técnicas do grafismo para compor o processo de extração de características do nosso sistema.

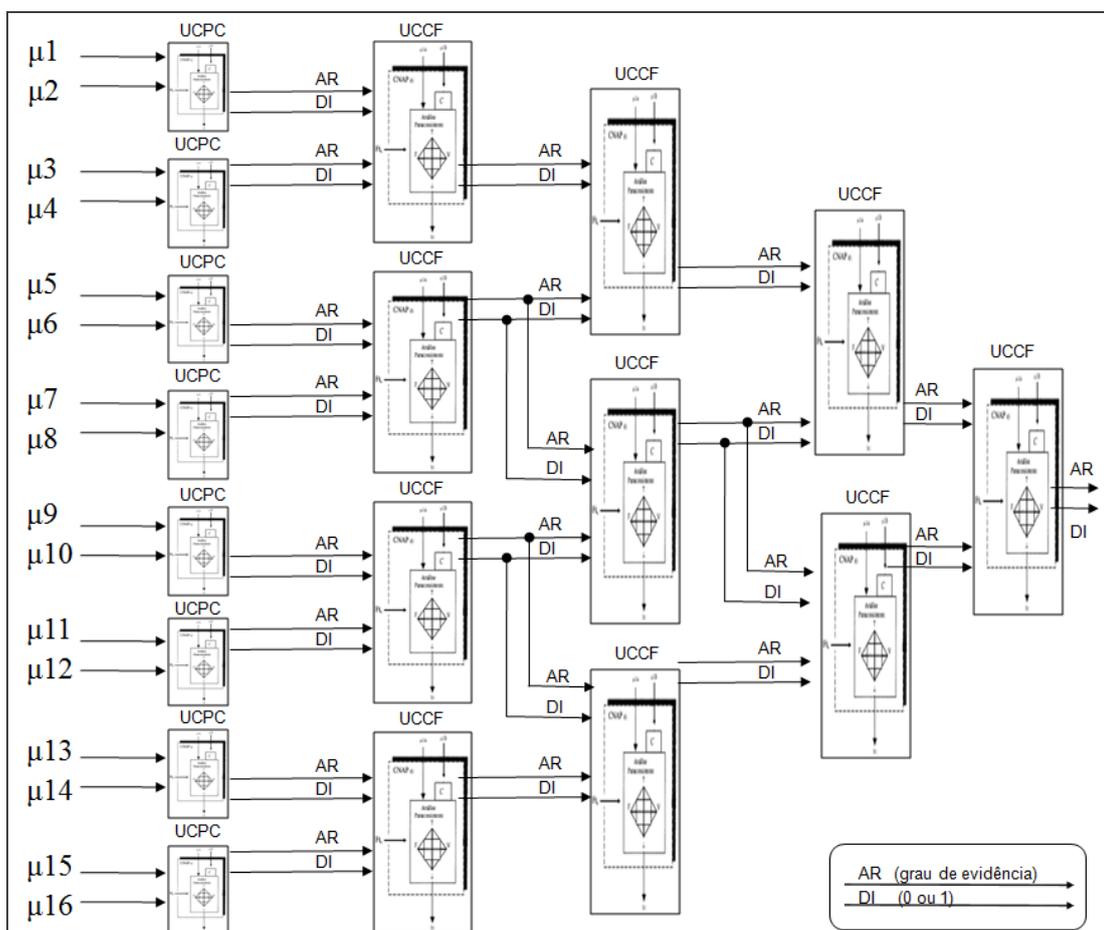
Conforme apresentado na Figura X, o processo de extração das características é realizado a partir dos graus de evidência obtidos no mapeamento da imagem.

Nos primeiros tipos de extração de características, linhas verticais e horizontais, utilizamos uma Unidade Neural Artificial Paraconsistente, apresentada na Figura XII, para detectar os segmentos de reta verticais e horizontais da imagem.

Essa UNAP nomeada Unidade das Linhas Verticais e Horizontais - ULVH - é alimentada com os graus de evidências obtidos no mapeamento da imagem e, como saída, gera uma lista com os segmentos de reta reconhecidos, onde cada segmento de reta compõe-se por um conjunto de graus de evidência com suas peculiaridades representando as seguintes informações:

- Direção (lado analisado na imagem - esquerda, direita, topo ou base). Atribuiu-se o valor '1' para esquerda e topo e valor '0' para direita e base.
- Tamanho do segmento de reta. Valor entre o intervalo [0, 1] calculado com base na quantidade de pixels que o comprimento do segmento de reta possui.

- Localização do segmento de reta na linha. Valor entre o intervalo [0, 1] equivalente a posição do segmento de reta na linha considerando que o valor do grau de evidência é crescente da esquerda para a direita.
- Localização do segmento de reta na coluna. Valor entre o intervalo [0, 1] equivalente a posição do segmento de reta na coluna considerando que o valor do grau de evidência é crescente do topo para a base.



**Figura XII - Arquitetura da ULVH**

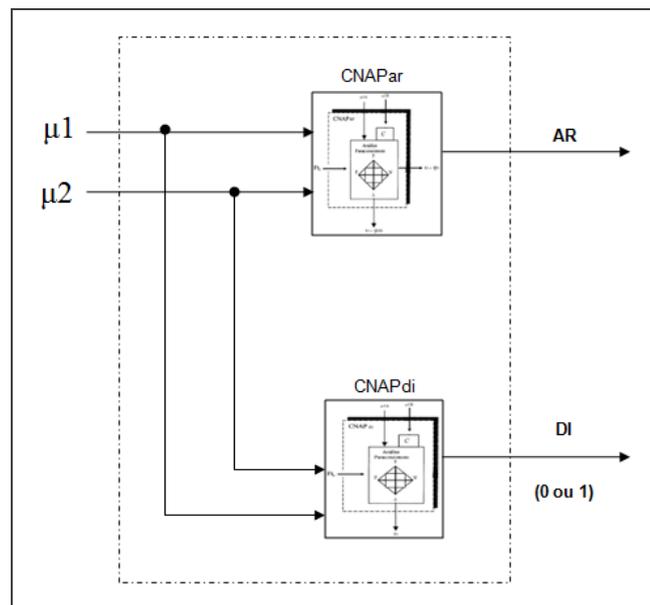
A primeira camada da RNAP compõe-se de um conjunto de Unidades Neurais Artificiais Paraconsistentes nomeadas UCPC (Unidade das Células da Primeira Camada) e as demais camadas são formadas por outro tipo de Unidades Neurais Artificiais Paraconsistentes nomeadas UCCF (Unidade das Células das Camadas Finais).

Na primeira camada dessa arquitetura, cada UCPC recebe duas entradas da seqüência dos graus de evidência.

Na camada subseqüente (segunda), cada UCCF recebe duas entradas da seqüência das saídas da primeira camada ordenadamente.

A partir da terceira camada as UCCF são interconectadas através da segunda entrada da UCCF anterior.

Na primeira camada cada UCPC compõe-se por duas Células Neuras Artificiais Paraconsistentes, CNAPar e CNAPdi, conforme Figura XIII.



**Figura XIII** - Arquitetura da UCPC

A CNAPar calcula e retorna o grau de evidência real diminuindo, assim, a inconsistência das entradas, conforme [Da Silva Filho, Abe & Torres 08]. Nas arquiteturas das UCPC e UCCF o valor retornado por uma célula desse tipo será representada pela sigla 'AR'.

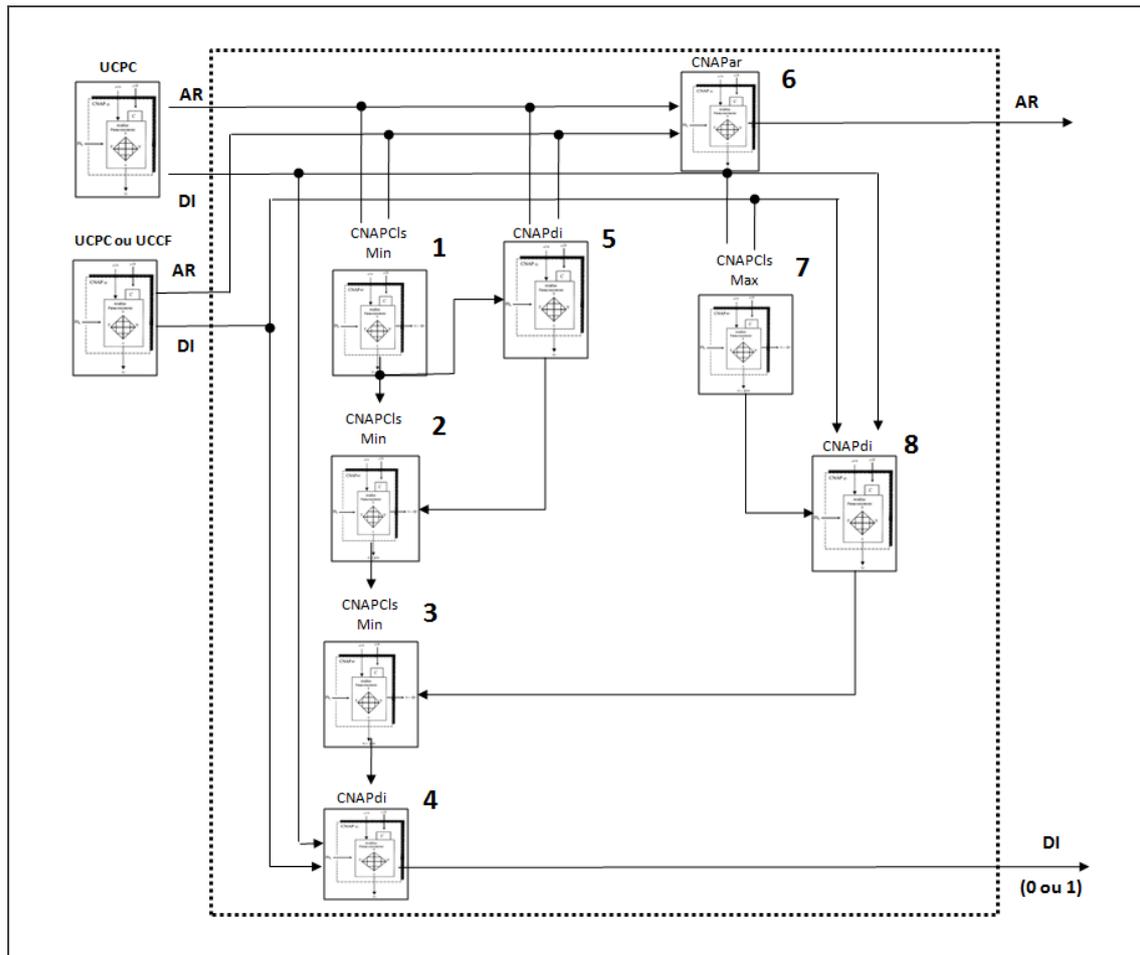
A CNAPdi verifica se as entradas são iguais retornando os valores 0 ou 1. Nas arquiteturas das UCPC e UCCF o valor retornado por uma célula desse tipo será representada pela sigla 'DI'.

A UCPC retorna uma lista com o resultado de ambas as células, CNAPar e CNAPdi, representadas pelas siglas AR e DI.

Nas demais camadas cada UCCF compõe-se por oito CNAPs, sendo três CNAPcls de Minimização, uma CNAPcls de Maximização, três CNAPdi e uma CNAPar, conforme Figura XIV.

Esta unidade recebe como entrada duas unidades seqüenciais da camada anterior (UCPC ou UCCF).

A célula 6 é uma CNAPar que recebe como entrada as saídas AR da camada anterior e calcula o grau de evidência real desses valores. O grau de evidência real calculado é a saída AR desta UCCF.

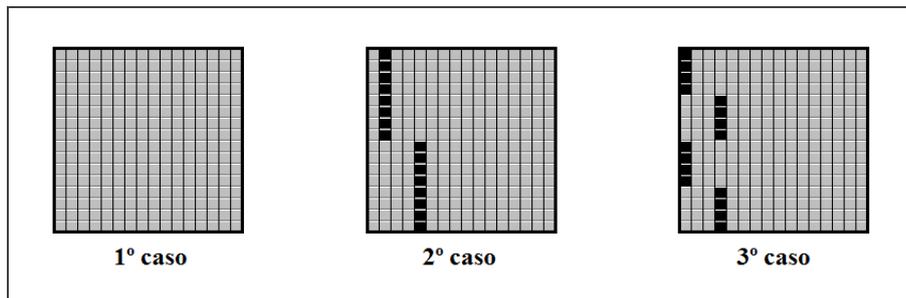


**Figura XIV** - Arquitetura da UCCF

A célula 4 é a CNAPdi principal que recebe como entrada as saídas DI da camada anterior e verifica se existe igualdade entre elas, informando, assim, se existe ou não, um segmento de reta. Esta célula é influenciada pela saída da célula 3 que representa o fator de contradição. Independente dos valores de entrada, se o fator de contradição for igual a 0, então a saída dessa célula será 0, indicando que não existe um segmento de reta. A saída dessa célula será a saída DI desta UCCF.

As demais células foram adicionadas a esta UCCF para tratar três casos especiais apresentados na Figura XV que detalhamos a seguir.

- 1) O primeiro caso ocorre quando as saídas AR e DI da camada anterior são iguais a 0. Isso acontece quando existe ausência de informação.
- 2) O segundo caso ocorre quando as saídas da camada anterior apresentam os seguintes resultados: saídas AR maiores do que 0 e diferentes entre si e, saídas DI iguais a 1. Isso acontece quando existem dois segmentos de reta distintos em colunas diferentes.
- 3) O terceiro e último caso ocorre quando as saídas da camada anterior apresentam os seguintes resultados: saídas AR maiores do que 0 e iguais e, saídas DI iguais a 0. Isso acontece quando existem dois segmentos de reta distintos na camada anterior para cada entrada da UCCF. Nesse caso são analisados dois blocos de oito células, onde cada bloco possui dois segmentos de reta distintos.



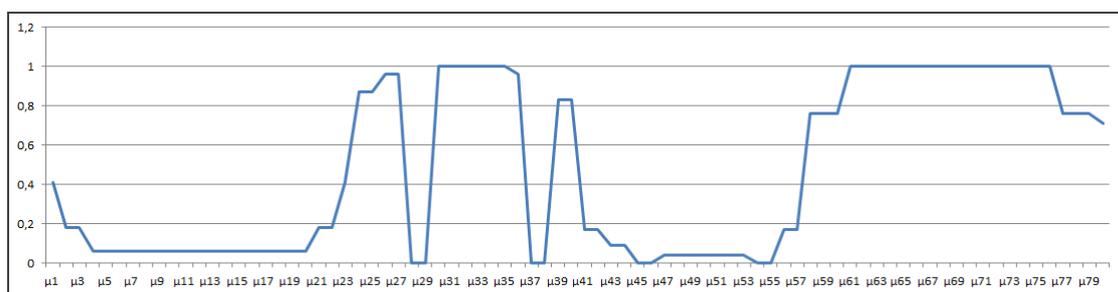
**Figura XV** - Exemplos dos casos especiais tratados pela UCCF.

Assim, os segmentos de reta são identificados a partir da análise das saídas DI retornadas pelas camadas da rede.

Quando a última camada da rede apresenta a saída DI igual a 1, significa que existe um único segmento de reta com tamanho máximo. Caso contrário, o sistema percorre as camadas anteriores em busca das saídas DI igual a 1, que caracterizam um segmento de reta.

Na extração das características das linhas verticais e horizontais, utilizamos duas UNAPs desse tipo, uma para as linhas verticais e outra para as linhas horizontais. Através dessas UNAPs as características referentes às linhas verticais e horizontais da imagem são identificadas e agrupadas individualmente em forma de graus de evidência.

Para a última característica, transições direcionais e curvatura, os grupos de graus de evidência obtidos no processo de mapeamento da imagem são agrupados conforme seqüência definida na Figura XI, de modo a representar o histograma do contorno da imagem formado por esse agrupamento conforme apresentado na Figura XVI.



**Figura XVI - Histograma do contorno da imagem**

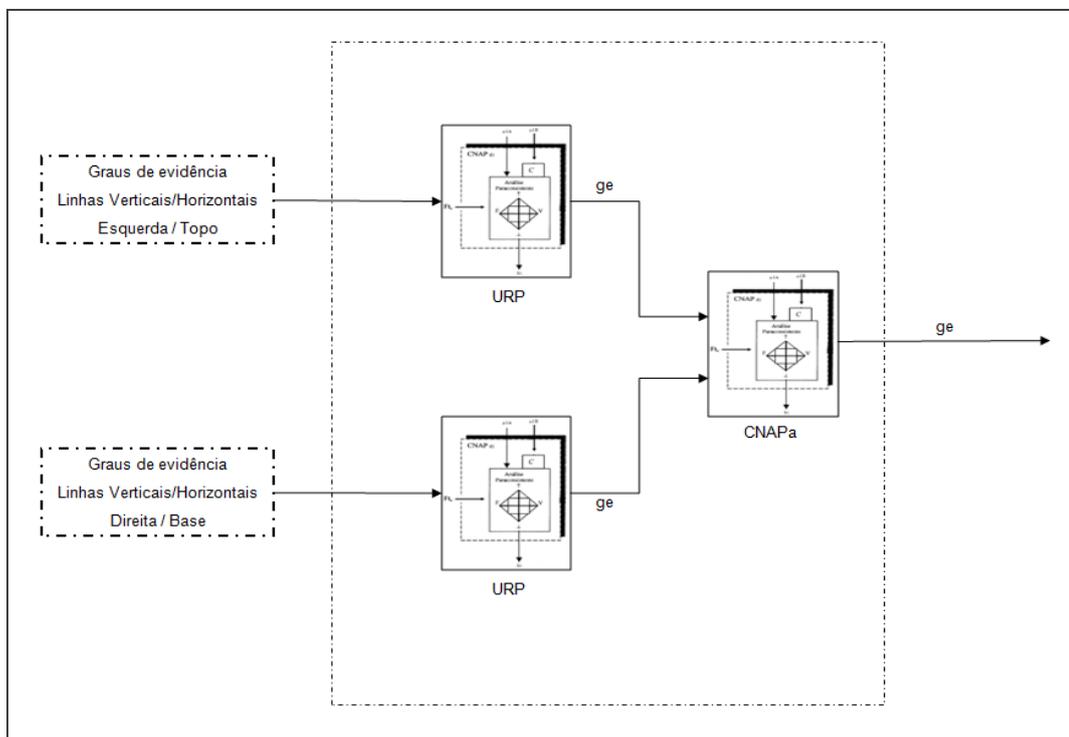
Ao final desse processo, são enviados três grupos de graus de evidência para a camada de reconhecimento da imagem referentes à cada tipo de extração de característica.

### **6.3. Reconhecimento da Imagem**

No processo de reconhecimento comparamos os graus de evidência obtidos no processo de extração de características da imagem apresentada, com os graus de evidência obtidos de cada imagem padrão dos caracteres CMC-7, ou seja, realiza-se um processamento paraconsistente para cada caractere padrão, onde a saída representa o grau de evidência de reconhecimento do mesmo.

Esse processamento compõe-se por duas unidades UARL (Unidade de Agrupamento do Reconhecimento de Linhas), sendo uma para analisar as características das linhas verticais e outra para as linhas horizontais e, uma URP (Unidade de Reconhecimento de Padrão) para analisar as características das transições direcionais e curvatura.

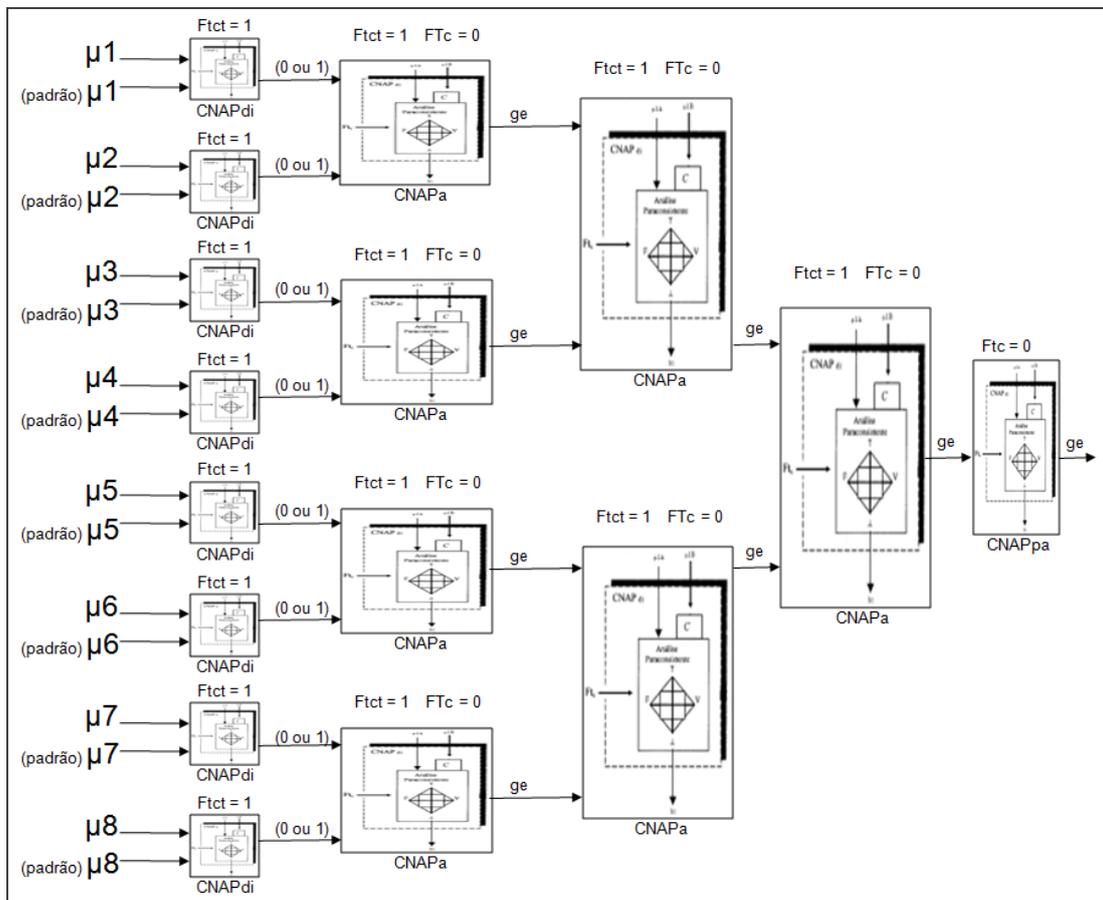
A UARL, Figura XVII, responsabiliza-se por realizar o reconhecimento das linhas verticais ou horizontais através de duas unidades URP e, transformar a saídas dessas unidades em um único grau de evidência através de uma CNAPa.



**Figura XVII - Arquitetura da UARL**

A URP, apresentada na Figura XVIII, destaca-se como a unidade de maior importância do processo de reconhecimento. Nela realiza-se a comparação entre os graus de evidência obtidos no processo de extração de característica do caractere apresentado e, os graus de evidência de um determinado caractere padrão.

Essa unidade recebe dois grupos de graus de evidência. Um refere-se ao caractere apresentado ao sistema e o outro a um caractere padrão. A entrada desses dados são organizados em pares e apresentados à uma célula de detecção de igualdade na primeira camada da rede, posteriormente, as saídas de cada CNAP<sub>di</sub> são encaminhadas para as demais camadas, compostas por CNAP<sub>a</sub>, para transformar essas saídas em um grau de evidência final.

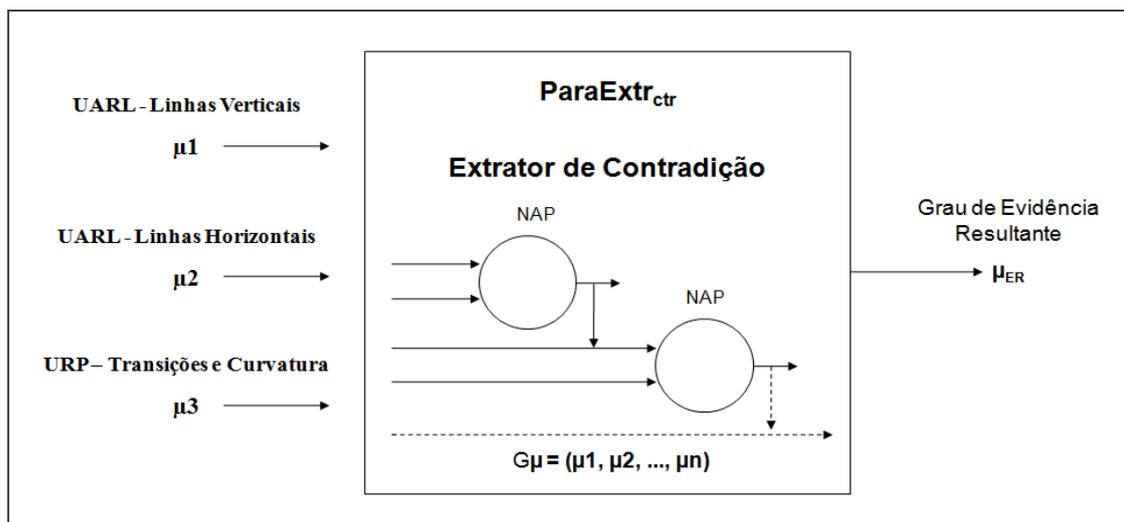


**Figura XVIII - Arquitetura da UR**

Para transformar as saídas dessas unidades em um único grau de evidência que representará a saída final, ou seja, o grau de evidência de reconhecimento de um determinado caractere utilizamos o Algoritmo Paraconsistente Extrator de Efeitos da Contradição - ParaExtr<sub>ctr</sub> - desenvolvido por Da Silva Filho [Da Silva Filho 09], que tem a

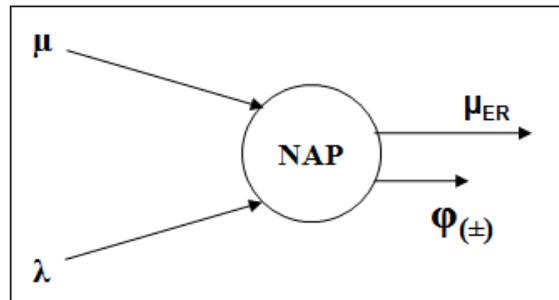
habilidade de extrair, de forma gradativa, os efeitos da contradição em sinais que representam conhecimento incerto.

O algoritmo  $\text{ParaExtr}_{\text{ctr}}$ , simbolizado na Figura XIX, recebe um grupo de graus de evidência, no nosso caso as saídas das três UNAPs descritas acima. Na primeira etapa são selecionados os graus de evidência de maior e menor valor ( $\mu_{\text{max}}$  e  $\mu_{\text{min}}$ ) e os seguintes parâmetros são definidos como entrada do NAP, simbolizado na Figura XX, para a extração dos efeitos da contradição: " $\mu = \mu_{\text{max}}$ " e " $\lambda = 1 - \mu_{\text{min}}$ ."



**Figura XIX** - Algoritmo Paraconsistente Extrator de Efeitos da Contradição

Após a primeira análise, os graus de evidência selecionados para a primeira etapa são substituídos pelo resultado da análise realizada pelo NAP e, inicia-se a próxima e última etapa seguindo os mesmos critérios da primeira. Como resultante desse processamento obtemos um único valor que representa o grau de evidência resultante de cada caractere.



**Figura XX** - Símbolo do NAP - Nó de Análise Paraconsistente

Ao final do processo de reconhecimento, cada caractere padrão exibe um grau de evidência, onde o maior valor representa o caractere reconhecido pelo sistema conforme arquitetura do sistema apresentada na Figura X.

## 7. Conclusão

As Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes é um novo tipo de rede que vem se mostrando útil em muitas aplicações. A construção da RNAP permite manipular diretamente conceitos difusos, inconsistentes e paracompletos em seu interior; esperamos que essa característica leve a uma maior precisão na captação de dados e no seu tratamento. Algumas aplicações foram efetuadas: como método de auxílio no diagnóstico da Doença de Alzheimer [Lopes 09], [Abe, Lopes & Anghinah 07], [Lopes, Abe & Anghinah 09], no estudo de variáveis craniométricas [Mário 06], [Mário, Abe, Ortega & Del Santo 10], no estudo da disfunção da fala [Prado 07], em robôs móveis autônomos [Torres 10] e outros temas. Esperamos contribuir mais em trabalhos futuros.

## **8. Referências Bibliográficas**

[Abe 92] ABE, J.M., Fundamentos da Lógica Anotada, Tese de Doutorado, FFLCH - USP, 135 pp, 1992.

[Abe 97] ABE, J.M., Some Aspects of Paraconsistent Systems and Applications, *Logique et Analyse*, 157, 83-96, 1999.

[Abe & Akama 99] ABE, J.M. & S. AKAMA, A Logical System for Reasoning with Fuzziness and Inconsistencies, Proceedings of the IASTED International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing (ASC'99), August 9-12, Honolulu, Hawaii, USA, 221-225, 1999.

[Abe, Lopes & Anghinah 07] ABE, J.M., H.F.S. LOPES & R. ANGHINAH, Paraconsistent Artificial Neural Network and Alzheimer Disease: A Preliminary Study, *Dementia & Neuropsychologia*, Vol 3., 241-247, ISSN 1980-5764, 2007.

[Abe & Papavero 91] ABE, J. M. & N. PAPAVERO, Teoria Intuitiva dos Conjuntos, McGraw-Hill, Makron Books, São Paulo, 266 pp, 1991.

[Akama & Abe 00b] AKAMA, S. & J.M. ABE , Annotated Rules with Uncertainty in Expert Systems, Proceedings of the IASTED International Applied Informatics, Sponsor: The International Association of Science and Technology for Development (IASTED), February 14-17, 2000, Innsbruck, Austria, 817-820, 2000.

[Andries 02] ANDRIES P., Computational Intelligence. An Introduction. Engelbrecht, 2002.

[Arbib 87] ARBIB, M.A., Machines and Mathematics, Springer, 2a edição, 1987.

[Ávila 96] ÁVILA, B.C., Uma Abordagem Paraconsistente Baseada em Lógica Evidencial para Tratar Exceções em Sistemas de Frames com Múltipla Herança, tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1996.

[Azevedo, Brasil & Oliveira 00] AZEVEDO, M.A., L.M. BRASIL & R.C.L. DE OLIVEIRA, Redes Neurais com Aplicações em Controle e em Sistemas Especialistas, Visual Books, 2000.

[Barreto 02] BARRETO, J. M., Introdução às Redes Neurais Artificiais. UFSC, Florianópolis, 2002. Disponível em <http://www.inf.ufsc.br/~barreto/tutoriais/Survey.pdf>

[Bishop 95] BISHOP, C.M., Neural Networks for Pattern Recognition. 1.ed. Oxford University Press, 1995.

[Da Costa 80] DA COSTA, N.C.A. *Ensaio Sobre os Fundamentos da Lógica*. São Paulo, Brasil. Hucitec-Edusp, 1980.

[Da Costa 97] Da Costa NCA, Logiques Classiques et Non Classiques, Masson, Paris, 1997.

[Da Silva Filho & Abe 00] DA SILVA FILHO, J.I. & J.M. ABE, Introdução à Lógica Paraconsistente Anotada com Ilustrações. Santos: Emmy, 2000.

[Da Silva Filho 99] DA SILVA FILHO, J.I., Métodos de interpretação da Lógica Paraconsistente Anotada com anotação com dois valores LPA2v com construção de Algoritmo e implementação de Circuitos Eletrônicos, EPUSP, Tese de Doutorado, São Paulo, 1999.

[Da Silva Filho & Abe 00] DA SILVA FILHO, J.I. & J.M. ABE, Paraconsistent analyzer module, International Journal of Computing Anticipatory Systems, vol. 9, ISSN 1373-5411, ISBN 2-9600262-1-7, 346-352, 2001.

[Da Silva Filho 09] DA SILVA FILHO, J.I., Algoritmo Paraconsistente Extrator de Efeitos da Contradição - ParaExtr<sub>ctr</sub>. Seleção Documental, v. 15, p. 21/ATC3-28, 2009.

[Da Silva Filho, Abe & Torres 08] DA SILVA FILHO, J. I. J.M. ABE & G.L. TORRES, Inteligência Artificial com as Redes de Análises Paraconsistentes: Teorias e Aplicações. – Rio de Janeiro: LTC, 2008.

[Dazzi 99] DAZZI, R. L. S., Sistemas Especialistas Conexionistas: Implementação por Redes Diretas e Bidimensionais. Dissertação de Mestrado, UFSC, Florianópolis, 1999.

[De Mendonça 08] DE MENDONÇA F.L.L., Proposta de arquitetura de um sistema com base em OCR neuronal para resgate e indexação de escritas paleográficas do sec. XVI ao XIX, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, 2008.

[Duneau 94] DUNEAU, L., Étude et réalisation d'un système adaptatif pour la reconnaissance en ligne de mots manuscrits, Tese de Doutorado, Université Technologique de Compiègne, França, 1994.

[Fausett 94] FAUSETT, L., Fundamentals of Neural Network Architectures, Algorithms, and Applications, USA, s.ed. Prentice Hall, 1994.

[Ferrara 04] FERRARA, L.F.P., Aplicações das Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes no Reconhecimento de Caracteres, em português, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, 2004.

[Fischler & Firschein 87] FISCHLER, M.A. & O. FIRSCHEIN “Intelligence The Eye, The Brain and The Computer” Addison-Wesley Publishing Company, USA, 1987.

[Haussounn 95] HASSOUNN, M.H., Fundamentals of Artificial Neural Network, USA, s.ed. MIT Press, 1995.

[Haykin 94] HAYKIN, S., Neural Networks. Canada, Toronto, McMaster University, s.ed., 1994.

[Hebb 49] HEBB, D., “The Organization of Behavior ” Wiley, New York, 1949.

[Hecht-Nielsen 82] HECHT-NIELSEN, R., Neural analog processing. Proc. SPIE, 360. PP. 180-189. Bellingham, WA, 1982.

[Hecht-Nielsen 90] HECHT-NIELSEN, R., Neurocomputing. New York, Addison Wesley Publ. Co., s.ed. 1990.

[Hertz, Krogh & Palmer 91] HERTZ, J., A. KROGH, & R. PALMER, An introduction to the Theory of Neural Computation, ISBN 0-201-50395-6 and 0-201-51560-1, 1991.

[Hinton & Sejnowski 87] HINTON, G.E. & T.J. SEJNOWSKI, Neural network architectures for AI. Tutorial. AAAI Conference, 1987.

[Hopfield & Tank 86] HOPFIELD, J.J. & T.W. TANK, Computing with Neural Circuits: A Model s.ed. Science, 1986.

[Hopfield 82] HOPFIELD, J., Neural networks and physical systems with emergent collective’s computational abilities. In: Proceedings of The National Academy of Sciences, v. 79, 2554-2558, 1982.

[Kohonen 89] KOHONEN, T., Self Organization and Associative Memory, Springer-Verlag, Berlin, 3a edição, 1989.

[Korf 98] KORF, R.E., Artificial intelligence search algorithms. In CRC Handbook of Algorithms and Theory of Computation, M.J Atallah, ed. Boca Raton, FL: CRC Press, 1998.

[Kosko 92] KOSKO, B., Neural Networks for signal processing. USA, New Jersey. s.ed. Prentice-Hall, 1992

[Lau 91] LAU, C.G.Y., Neural Network - Theoretical foundations and analysis. 1.ed. USA, IEEE Press, 1991.

[Lopes 09] LOPES, H.F.S., Aplicação de Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes como método de auxílio no diagnóstico da doença de Alzheimer, dissertação de mestrado, Faculdade de Medicina-USP, São Paulo, 473pp., 2009.

[Lopes, Abe & Anghinah 09] LOPES, H. F. S., J. M. ABE & R. ANGHINAH, Application of Paraconsistent Artificial Neural Networks as a Method of Aid in the Diagnosis of Alzheimer Disease, Journal of Medical Systems, ISSN0148-5598 (Print) 1573-689X (Online), Springer-Netherlands, DOI-10.1007/s10916-009-9325-2, 1-9, 2009.

[Mário 06] MÁRIO, M.C., Modelo de Análise de Variáveis Craniométricas Através Das Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes, Tese de Doutorado, Faculdade de Medicina – USP, São Paulo, 103pp., 2006.

[Mário, Abe, Ortega & Del Santo 10] MÁRIO, M.C., J.M. ABE, N. ORTEGA, & M. DEL SANTO JR., Paraconsistent Artificial Neural Network as Auxiliary in Cephalometric

Diagnosis, Artificial Organs, Wiley Interscience, ISSN: 0160-564X, v.34, i.7, 215-221, DOI 10.1111/j.1525-1594.2010.00994.x, 2010.

[McCulloch 43] McCULLOCH, W. & W. PITTS, “A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity”, Bulletin of Mathematical Biophysics, 1943.

[Minsky & Papert 88] MINSKY, M. & S. PAPER, Perceptrons: An Introduction to Computational Geometry, 2.ed., 3a impressão, The MIT Press, 1988.

[Nakamatsu, Abe & Suzuki 00] NAKAMATSU, K., J.M. ABE & A. SUZUKI, Annotated Semantics for Defeasible Deontic Reasoning, Rough Sets and Current Trends in Computing, The Second International Conference on Rough Sets and Current Trends in Computing - RSCTC'2000, Banff, Canada, Lecture Notes in Artificial Intelligence series, LNAI 2005, Springer-Verlag, 470-478, 2000.

[Prado 96] PRADO, J.P.A., Uma Arquitetura em IA Baseada em Lógica Paraconsistente, Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, 1996.

[Prado 07] PRADO, J.C.A., Constelação Fônica e Redes Neurais Artificiais: Aplicabilidade na Análise Computacional da Produção da Fala, Tese de Doutorado, FFLCH-USP, São Paulo, 176pp., 2007.

[Rodrigues, Silva & Thomé 01] RODRIGUES, R.J; E. SILVA & A.C.G. THOMÉ, Feature extractions Using Contour Projection, accepted for presentation at SCI2001. Orlando – USA, July 2001.

[Rosenblatt 58] ROSEMBLATT, F., The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain, Psychological Review, v. 65, n. 1, 386-408, 1958.

[Siebert 68] SIEBERT, W., “Stimulus Transformation in Peripheral Auditory System in Recognizing Patterns”, Ed. Murray Eden, MIT Press, Cambridge, 1968.

[Silva, Rodrigues & Thomé 00] SILVA, E. R.J. RODRIGUES & A.C.G. THOMÉ, Reconhecimento de dígitos cursivos – um método de segmentação por histogramas, Núcleo de Computação Eletrônica UFRJ, 2000.

[Skylansky 73] SKLANSKY, J., Pattern Recognition: introduction and foundations, 1.ed. Sklansky, Dowdon, Hutchinson; Ross, inc, 1973.

[Suen, Berthold & Mori 80] SUEN, C.Y., M. BERTHOLD & S. MORI, Automatic Recognition of Handprinted Characters – The State of The Art. Proceedings of the IEEE, Vol. 68, No. 4, Abril, 1980.

[Tonsig, 00] TONSIG, S.L., Simulando o Cérebro: Redes Neurais. Dissertação de Mestrado. PUCCAMP, Campinas, 2000.

[Torres 10] TORRES, C.R., Sistema Inteligente Baseado na Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$  para Controle e Navegação de Robôs Móveis Autônomos em um Ambiente Não-estruturado, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Itajubá, 2010.

[Tou & Gonzalez 74] TOU, J.T. & R.C. GONZALEZ, Pattern Recognition Principles, 1.ed. USA, Addison-Wesley Publishing Company, 1974.

[Widrow & Lehr 90] WIDROW, B. & M.A. LEHR, 30 Years of Adaptive Neural Networks: Perceptron, Madaline and Backpropagation. v. 78 n.9, Proc. IEEE 1990.

**Sheila Souza** – Bacharela em Sistemas de Informação pelo Centro Universitário Fundação Santo André. Desenvolveu projetos de pesquisa patrocinados pela FAPESP como Analista de Sistemas no Projeto Academic Network at São Paulo. Atualmente é mestranda na Faculdade de Medicina da Universidade de São Paulo e integra a equipe de desenvolvimento dos Sistemas de Informações para Habitação Social – HABISP, adotados pela Secretaria Municipal de Habitação de São Paulo.

**Jair Minoro Abe** – Bacharel e Mestre em Matemática, Doutor em Filosofia e Livre-Docente em Medicina, todos pela Universidade de São Paulo. Foi Professor Visitante ou Palestrista ocasional em instituições da América do Sul, Europa, México, Japão e Taiwan. Coordena um grupo de estudiosos em aplicações das lógicas paraconsistentes anotadas e coordena a Área de Lógica e Teoria da Ciência do Instituto de Estudos Avançados da USP.

**Aplicação de Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes como Método de Auxílio à Análise de Sinais de Eletroencefalograma**

<sup>1</sup> Helder Frederico da Silva Lopes

<sup>2</sup> Jair Minoro Abe

<sup>1</sup>Depto Neurologia – CEREDIC - Faculdade de Medicina da USP

<sup>2</sup>Universidade Paulista

<sup>2</sup>Instituto de Estudos Avançados – USP

**Resumo**

A análise visual do eletroencefalograma (EEG) tem se mostrado útil na ajuda diagnóstica de demências, tal como doenças de Alzheimer (DA), sendo indicado em alguns protocolos clínicos quando o diagnóstico permanece em aberto após a avaliação inicial. Porém, tal análise está sujeita naturalmente à imprecisão inerente de equipamentos, movimentos do paciente, registros elétricos e variação da interpretação da análise visual do médico.

Utilizando a teoria das Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes (RNAP) como ferramenta de análise capaz de tratar dados incertos e contraditórios dos sinais biológicos registrados pelo EEG chegamos à conclusão de que a RNAP é uma promissora ferramenta para análise deste tipo de sinal biológico.

**Palavras-chave:** Eletroencefalografia, Lógica Paraconsistente, Redes Neurais Artificiais, demência, reconhecimento de padrões.

## **Abstract**

The visual analysis of electroencephalogram (EEG) has proven useful in assisting diagnosis of dementias such as Alzheimer's disease (AD), as indicated in some clinical protocols when the diagnosis remains open after the initial evaluation. However, this analysis is of course subject to the inherent imprecision of equipment, movement of the patient, electrical and variation of interpretation of the visual analysis of the physician.

Using the theory of Paraconsistent Artificial Neural Networks (RNAP) as an analysis tool capable of handling uncertain and conflicting data of biological signals recorded by EEG came to the conclusion that the RNAP is a promising tool for analyzing this type of biological signal.

**Keywords:** Electroencephalography, Paraconsistent Logic, Artificial Neural Networks, dementia, partner recognition.

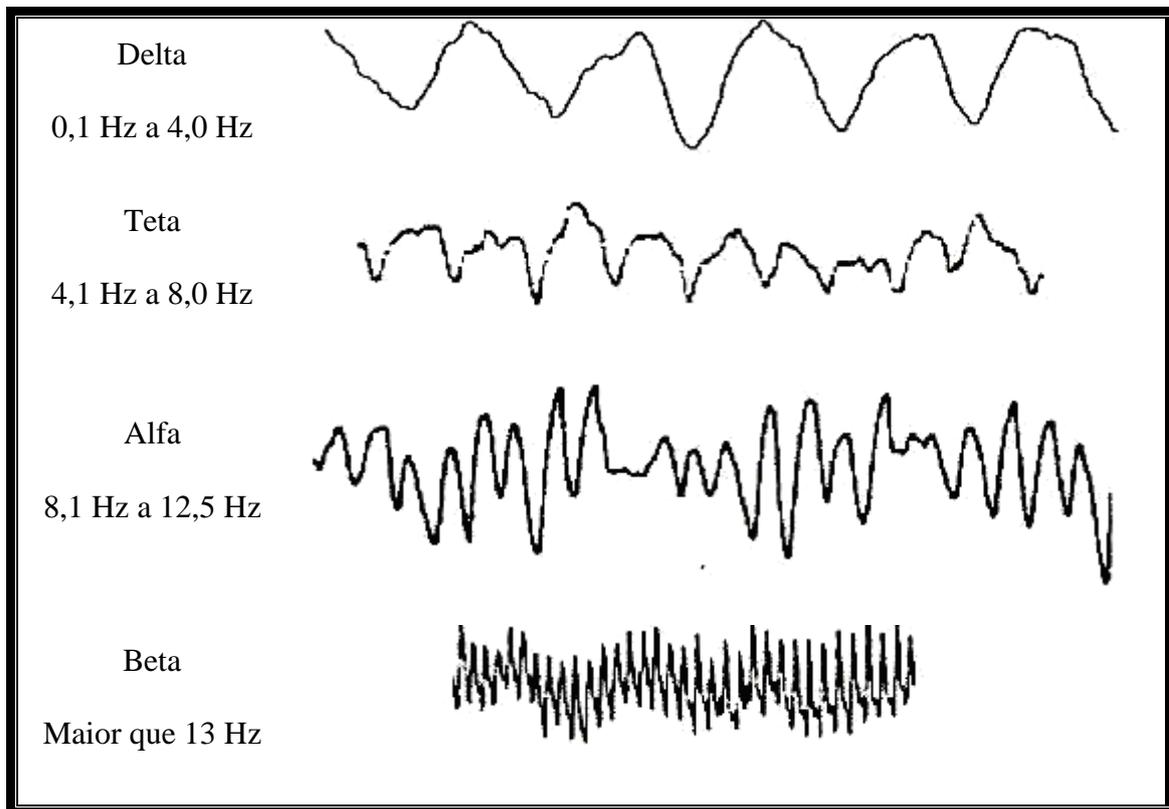
## **1. Introdução**

A utilização de ferramentas matemáticas e computacionais em análise de sinais biológicos tem sido uma promissora área de aplicação de tais ferramentas na área médica.

Dentre várias aplicações, o uso de ferramentas de análise de sinais biológicos de eletroencefalograma (EEG) vem se tornando cada vez mais necessárias visto que diversos estudos mostram que a análise dos padrões de EEG pode ser útil no auxílio ao diagnóstico de demências, sendo indicada em alguns protocolos clínicos (Claus et al., 1999; Crevel et al., 1999).

O registro do sinal do EEG pode ser interpretado como flutuações de voltagem com mistura de ritmos podendo ter frequentemente aparência sinusoidal, com frequência entre 0,1 Hz a 70 Hz. Na prática clínico-fisiológica, estas frequências são agrupadas em bandas: delta (0,1 Hz a 4,0 Hz), teta (4,1 Hz a 8,0 Hz), alfa (8,1 Hz a 12,5 Hz) e beta (maior que 13 Hz) (Montenegro et al., 2001).

Durante a vigília relaxada, o EEG normal em adultos é predominantemente composto por frequências pertencentes à banda alfa, as quais são geradas por interações dos sistemas cortico-cortical e tálamo-cortical (Steriade et al., 1990; Lopes da Silva, 1991).



**Figura I** - Bandas de frequências clinicamente estabelecidas e habitualmente encontradas no EEG (Montenegro et al., 2001).

Por se tratar de um sinal biológico, os padrões de sinais do EEG apresentam imprecisões e contradições inerentes, o que dificulta o tratamento e a análise desse tipo de sinal. Contudo,

técnicas computacionais, denominada Eletroencefalograma quantitativo (EEGq), auxiliam na quantificação dos traçados de EEG, com o objetivo de agilizar e aumentar a precisão das interpretações da análise do EEG.

Conforme já ilustrado em diversos estudos, a teoria das Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes (RNAP) se mostra uma promissora ferramenta de análise de sinais com cujas características se assemelham aos dos sinais de EEG.

Desde modo, utilizamos em nossos estudos a RNAP como ferramenta de análise de sinais de EEG em ensaios que nos possibilitaram verificar a aplicação da RNAP desde o reconhecimento de padrões de EEG até a tomada de decisão em relação aos dados analisados.

## **2. Método**

Rede Neural Artificial Paraconsistente (RNAP) é uma nova classe de rede neural artificial introduzida em (Da Silva Filho et. al., 2008). Sua base se apóia em lógica paraconsistente anotada  $E\tau$  (Abe, 1992).

Considerando as fórmulas atômicas da lógica paraconsistente anotada  $E\tau$  do tipo  $p(\mu, \lambda)$ , onde  $(\mu, \lambda) \in [0, 1]^2$  e  $[0, 1]$  é o intervalo real unitário ( $p$  denota uma variável proposicional), onde  $p(\mu, \lambda)$  pode ser intuitivamente ler: "Presume-se evidências favoráveis que  $p$  é  $\mu$  e evidência contrária é  $\lambda$ ." Assim:

- $p(1.0, 0.0)$  pode ser lido como uma proposição verdadeira.
- $p(0.0, 1.0)$  pode ser lido como uma proposição falsa.
- $p(1.0, 1.0)$  pode ser lido como uma proposição inconsistente.

- $p(0.0, 0.0)$  pode ser lido como uma proposição (desconhecido) paracompletas.
- $p(0.5, 0.5)$  pode ser lido como uma proposição indeterminado.

Nós introduzimos os seguintes conceitos (todas as considerações são tomadas com  $0 \leq \mu, \lambda \leq 1$ ):

- Grau de incerteza (Eq. 1);
- Grau de certeza (Eq. 2);

$$G_{un}(\mu, \lambda) = \mu + \lambda - 1 \quad (1)$$

$$G_{ce}(\mu, \lambda) = \mu - \lambda \quad (2)$$

Uma relação de ordem é definida em  $[0, 1]^2$ :  $(\mu_1, \lambda_1) \leq (\mu_2, \lambda_2) \Leftrightarrow \mu_1 \leq \mu_2$  e  $\lambda_1 \leq \lambda_2$ , constituindo uma rede que será simbolizada por  $\tau$ .

Com os graus de incerteza e de certeza que podemos obter a seguinte saída de 12 estados (tabela I): estados extremos, e os estados não-extremos.

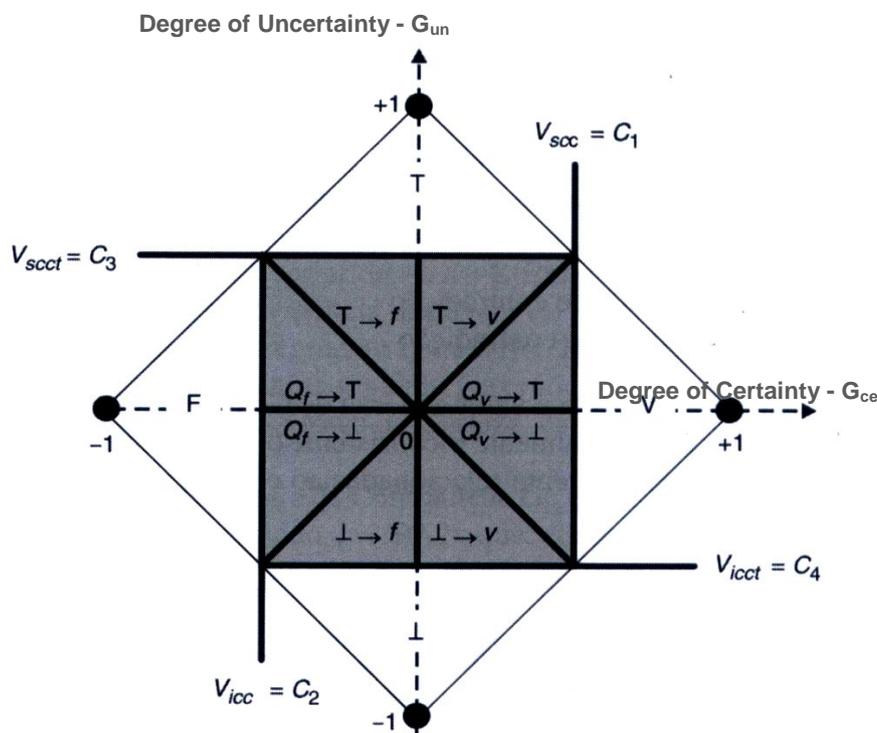
**Tabela I.** Estados extremos e não-extremos.

<b>Estados extremos</b>	<b>Símbolo</b>	<b>Estados não-extremos</b>	<b>Símbolo</b>
Verdadeiro	V	Quase verdadeiro tendendo a inconsistente	$Qv \rightarrow T$
Falso	F	Quase verdadeiro tendendo a paracompleto	$Qv \rightarrow \perp$
Inconsistente	T	Quase falso tendendo a inconsistente	$Qf \rightarrow T$
Paracompleto	$\perp$	Quase false tendendo a paracompleto	$Qf \rightarrow \perp$
		Quase inconsistente tendendo a verdadeiro	$T \rightarrow v$
		Quase inconsistente tendendo a falso	$T \rightarrow f$
		Quase paracompleto tendendo a verdadeiro	$\perp \rightarrow v$
		Quase paracompleto tendendo a falso	$\perp \rightarrow f$

Alguns valores de controle adicionais são:

- $V_{scct} = \text{Valor máximo de controle de incerteza} = Ft_{ct}$
- $V_{scc} = \text{Valor máximo de controle de certeza} = Ft_{ce}$
- $V_{icct} = \text{Valor mínimo de controle de incerteza} = -Ft_{ct}$
- $V_{icc} = \text{Valor mínimo de controle de certeza} = -Ft_{ce}$

Todos os estados estão representados na figura a seguir (Figura II).



**Figura II** - Estados extremos e não-extremos.

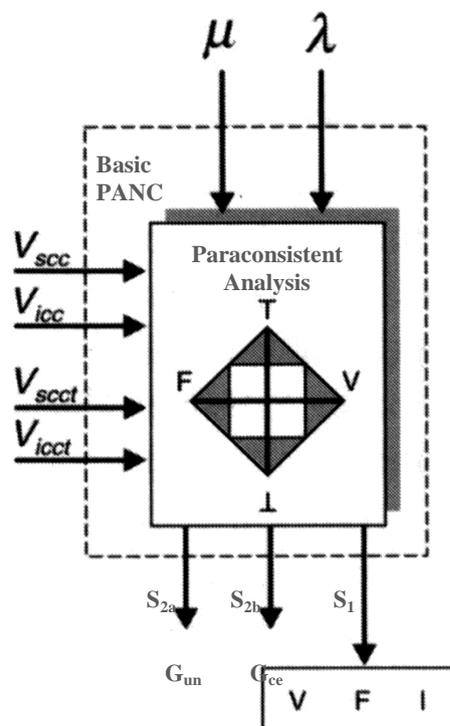
Na RNAP, o grau de certeza  $G_{ce}$  indica a falsidade da "medida" ou grau de verdade. O grau de incerteza  $G_{un}$  indica a "medida" da inconsistência ou para completeness. Se o grau de certeza é baixo ou o grau de incerteza é elevado, ele gera uma indefinição.

O grau de certeza  $G_{ce}$  resultante é obtido da seguinte forma:

- Se:  $V_{icc} \leq G_{un} \leq V_{scc}$  ou  $V_{scct} \leq G_{un} \leq V_{icct} \Rightarrow G_{ce} = \text{Indefinição}$
- Para:  $V_{cpa} \leq G_{un} \leq V_{scct}$
- Se:  $G_{un} \leq V_{icc} \Rightarrow G_{ce} = \text{Falso}$  com o grau  $G_{un}$
- $V_{scct} \leq G_{un} \Rightarrow G_{ce} = \text{Verdadeiro}$  com grau  $G_{un}$

A Célula Neural Artificial Paraconsistente (CNAP) - é chamado CNAP básica (Figura III) quando dado um par  $(\mu, \lambda)$  é usado como entrada e resultando como saída:

- $S_{2a} = G_{un} = \text{grau de incerteza resultante.}$
- $S_{2b} = G_{ce} = \text{grau de certeza resultante}$
- $S_1 = X = \text{constante de indefinição.}$



**Figura III - CNAP básica**

Utilizando os conceitos da CNAP básica, podemos obter a família de CNAP usados em nossos estudos: Conexão analítica (CNAPca), Maximização (CNAPmax), e Minimização (CNAPmin), conforme descrito na Tabela II:

**Tabela II.** Células neurais artificiais paraconsistentes.

CNAP	Entradas	Cálculos	Output
Conexão Analítica CNAPca	$\mu$ $\lambda$ $F_{t_{ct}}$ $F_{t_{ce}}$	$\lambda_c = 1 - \lambda$  $G_{un} G_{ce}$  $\mu_r = (G_{ce} + 1)/2$	If $ G_{ce}  > F_{t_{ce}}$ then $S_1 = \mu_r$ and $S_2 = 0$ If $ G_{un}  > F_{t_{ct}}$ and $ G_{un}  >  G_{ce} $ then $S_1 = \mu_r$ and $S_2 =  G_{un} $ if not $S_1 = 1/2$ and $S_2 = 0$
Maximização CNAPmax	$\mu$ $\lambda$	$G_{ce}$  $\mu_r = (G_{ce} + 1)/2$	If $\mu_r > 0.5$ , then $S_1 = \mu$ If not $S_1 = \lambda$
Minimização: CNAPmin	$\mu$ $\lambda$	$G_{ce}$  $\mu_r = (G_{ce} + 1)/2$	If $\mu_r < 0.5$ , then $S_1 = \mu$ if not $S_1 = \lambda$

A célula neural artificial paraconsistente de células de conexão analítica (CNAPca) é a célula principal de todas as RNAP, obtendo o grau de certeza ( $G_{ce}$ ) e o grau de incerteza ( $G_{un}$ ) das entradas e os fatores de tolerância.

Esta célula é o link que permite que diferentes regiões da RNAP executar processamento de sinal em um ambiente distribuído e com muitas conexões paralelas (Da Silva Filho et. al., 2008).

A tolerância a diferentes fatores de certeza (ou contradição) atua como inibidores de sinais, controlando a passagem de sinais a outras regiões da RNAP, de acordo com as características da arquitetura desenvolvida.

A célula neural artificial paraconsistente de célula de maximização (CNAPmax) permite a seleção do valor máximo entre as entradas.

Estas células funcionam como conectivos lógicos OU entre sinais de entrada. Para isso é feita uma análise simples, através da equação do grau de evidência que, assim, vai dizer qual dos dois sinais de entrada é de maior valor, estabelecendo assim o sinal de saída (Silva Filho et. al., 2008).

A célula neural artificial paraconsistente de célula de maximização (CNAPmin) permite a seleção do valor mínimo entre as entradas.

Estas células funcionam como conectivos lógicos E entre os sinais de entrada. Para isso é feita uma análise simples, através da equação do grau de evidência que, assim, vai dizer qual dos dois sinais de entrada é de menor valor, estabelecendo assim o sinal de saída (Silva Filho et. al., 2008).

Combinando o processamento das CNAP citadas, é possível construir um sistema neural artificial paraconsistente (SNAP) para análise de sinais com base no SNAP de tratamento de contradições, conforme descrito em Silva Filho et. al., 2008.

Para a realização do processamento dos sinais do EEG, criou-se um método de análise denomino análise morfológica.

O processo de análise morfológica é feita através da comparação com um determinado conjunto de padrões de sinais (ondas) armazenados no banco de dados de controle. Uma onda é associada a um vetor (seqüência finita de números naturais) por meio de amostragem digital. Esse vetor caracteriza um padrão de onda e é registrado pela RNAP. Assim, novas ondas são comparadas, permitindo seu reconhecimento ou não.

Cada onda do exame de EEG corresponde a uma porção de um segundo do exame. Cada segundo do exame contém 256 posições.

A onda que obtiver a maior evidência favorável e menor evidência contrária é escolhida como a onda mais similar com a onda analisada.

O banco de dados de controle é composto por ondas contendo 256 posições com morfologia senoidal perfeita, variando 0,5 Hz contemplando os grupos de ondas Delta, Teta, Alfa e Beta (de 0,5 Hz a 30,0 Hz).

Em outras palavras, a análise morfológica verifica a similariedade entre a onda do exame de EEG em um banco de dados de referência que representa padrões de ondas.

Antes de iniciar a análise morfológica é necessário preparar os dados do exame para a eliminação de ciclo e normalização de valores. Como valores reais do exame podem variar, em módulo, algo de 10  $\mu\text{V}$  até 1500  $\mu\text{V}$ , fazemos uma normalização dos valores entre -100  $\mu\text{V}$  e 100 $\mu\text{V}$  com uma conversão linear simples, para facilitar a manipulação dos dados:

$$x = \frac{100 \cdot a}{m} \tag{3}$$

Onde:  $m$  é o valor máximo no exame.

$a$  é o valor atual do exame.

$x$  é o valor atual do exame normalizado.

O valor mínimo do exame considerado como zero e os valores restantes são convertidos proporcionalmente por meio de translação.

Vale a pena observar que o processo acima não permite a perda de quaisquer características de onda essencial para a nossa análise.

Uma vez os dados normalizados, o processo seguinte é a submissão dos dados pela análise de três sistemas especialistas: Sistema Especialista 1 - Verificação de Números de Picos, Sistema Especialista 2 - Verificação de Pontos Similares e Sistema Especialista 3 - Verificação de pontos diferentes.

O objetivo do Sistema Especialista 1 é comparar as ondas e analisar as suas diferenças em relação ao número de picos (Eq. 4).

Em termos práticos, pode-se dizer que, quando analisados os picos de onda, estamos analisando a frequência resultante de onda (de maneira rudimentar).

Vale lembrar que, por ser um sinal biológico, não devemos trabalhar com quantificação absoluta devido à característica de variabilidade deste tipo de sinal. Portanto, deve-se sempre levar em consideração um fator de tolerância.

$$Se_1 = 1 - \left( \frac{|bd - vt|}{|bd + vt|} \right) \quad (4)$$

Onde:  $vt$  é o número de picos da onda.

$bd$  é o número de picos da onda armazenada no banco de dados.

$Se_1$  é o valor resultante do cálculo.

O objetivo do Sistema Especialista 2 é comparar as ondas e analisar sua similaridade em relação a pontos semelhantes (Eq. 5).

$$Se_2 = \frac{\sum_{j=1}^n |x_j|}{n} \quad (5)$$

Onde:  $n$  é o número total de elementos.

$x$  é o elemento da posição atual.

$j$  é a posição atual.

$Se_2$  é o resultado do cálculo.

O objetivo do Sistema Especialista 3 é comparar as ondas e analisar sua similaridade em relação a diferenças de seus pontos.

$$Se_3 = 1 - \left( \frac{\sum_{j=1}^n \left( \frac{|x_j - y_j|}{a} \right)}{n} \right) \quad (6)$$

Onde:  $n$  é o número total de elementos.

$a$  é o valor máximo permitido.

$j$  é a posição atual.

$x$  é o valor da onda 1.

$y$  é o valor da onda 2.

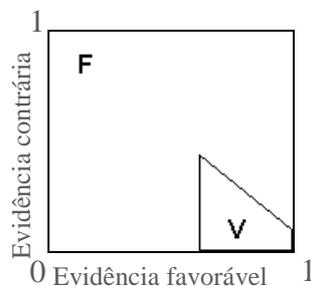
$Se_3$  é o valor resultante do cálculo.

Após a obtenção dos dados extraídos pelos três sistemas especialista, tais dados são submetidos à análise da RNAP.

A arquitetura da RNAP utilizada na tomada de decisão é baseada na arquitetura do Sistema Neural Artificial Paraconsistente para o Tratamento de Contradições.

Tal sistema promove o tratamento de contradições, de forma contínua entre os sinais de informações, que recebe três sinais de entrada e apresenta, como resultado, um valor que representa o consenso entre as três informações. As contradições entre os dois valores são adicionados ao terceiro valor, de modo que a saída, seja o valor proposto pela maioria dominante. A análise é imediata e similar ao funcionamento dos neurônios biológicos.

Este método é usado na RNAP (Figura V) para equilibrar os dados recebidos dos sistemas especialistas. Em seguida os valores resultantes são submetidos a um reticula de tomada de decisão para determinar o reconhecimento (Figura IV).



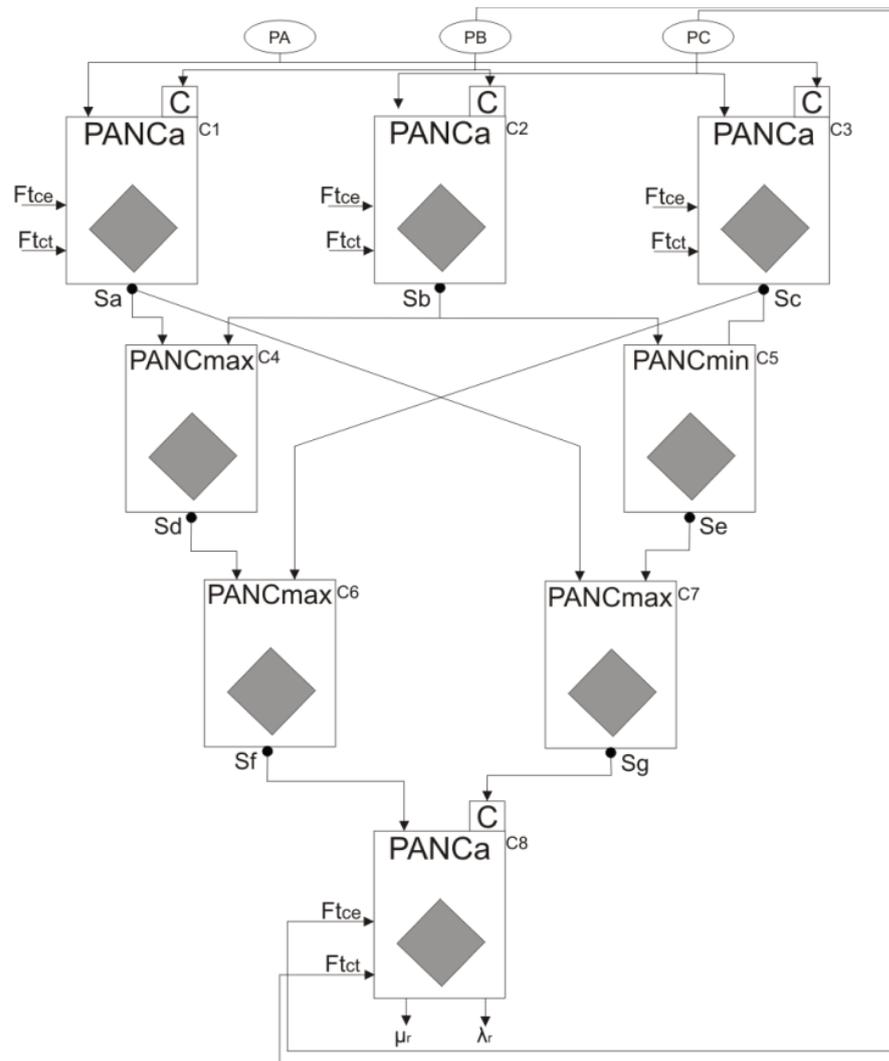
**Figura IV** - Reticulado de tomada de decisão usado na análise morfológica após a análise da RNAP; F: estado lógico falso (interpretado como onda não similar); V: estado lógico verdadeiro (interpretado como similar).

**Tabela III.** Reticulado de tomada de decisão usado na análise morfológica (Figura IV).

Limites das áreas do reticulado		
Verdadeiro	$E_f > 0.61$	$E_c < 0.40$ $G_{ce} > 0,22$
Falso	$E_f < 0.61$	$E_c > 0.40$ $G_{ce} \leq 0,23$

$E_c$ : evidência contrária;  $E_f$ : evidência favorável;  $G_{ce}$ : grau de certeza;

A definição das regiões do reticulando de tomada de decisão foi feita através de testes duplo-cegos, ou seja, a cada bateria de testes, um validador verificou os resultados e retornando somente o percentual de respostas corretas. Depois de testar várias configurações diferentes, foi definida a configuração das regiões cuja estrutura de tomada de decisão teve um melhor percentual de sucesso.



**Figura V** - Arquitetura da Análise Morfológica. Três sistemas especialistas: PA, para o Sistema Especialista 1; PB, para o Sistema Especialista 2, and PC, para o sistema Especialista 3:

Primeira camada da RNAP: C1 processa os dados de entrada de PA e PB; C2 processa os dados de entrada de PB e PC; C3 processa os dados de entrada de PC e PA.

Segunda camada da RNAP: C4 calcula o valor da evidência máxima entre as células C1 e C2; C5 calcula o valor da evidência mínima entre as células C2 e C3;

Terceira camada da RNAP: C6 calcula o valor da evidência máxima entre as células C4 e C3; C7 calcula o valor da evidência mínima entre as células C1 e C5.

Quarta camada da RNAP: C8 resulta o valor de decisão final.

PANC A = Célula Neural Artificial Paraconsistente de Conexão Analítica (CNAPca).

PANC<sub>Max</sub> = Célula Neural Artificial Paraconsistente de Conexão Lógica simples de maximização (CNAPmax).

PANC<sub>Min</sub> = Célula Neural Artificial Paraconsistente de Conexão Lógica simples de minimização (CNAPmin).

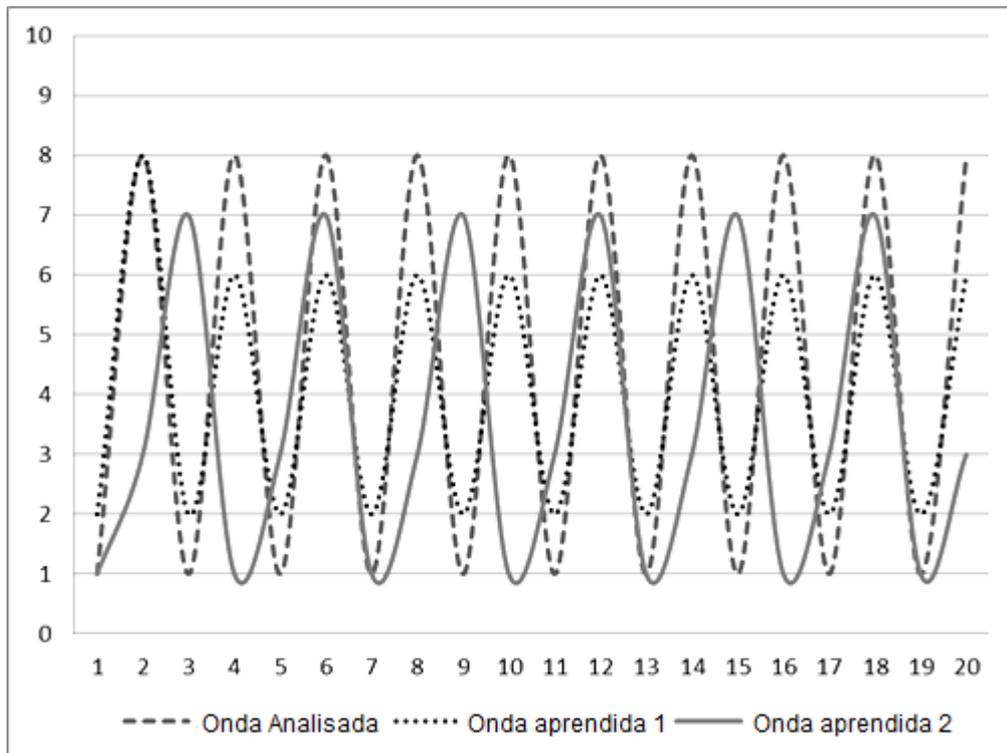
Ft<sub>ce</sub> = Fator de tolerância à certeza; Ft<sub>ct</sub> = Fator de tolerância à contradição.

S<sub>a</sub> = Saída da célula C1; S<sub>b</sub> = Saída da célula C2; S<sub>c</sub> = Saída da célula C3; S<sub>d</sub> = Saída da célula C4; S<sub>e</sub> = Saída da célula C5; S<sub>f</sub> = Saída da célula C6; S<sub>g</sub> = Saída da célula C7.

C = Valor de entrada complementada;

$\mu_r$  = Valor de saída da RNAP;  $\lambda_r$  = Valor de saída da RNAP;

A seguir, vamos exemplificar os conceitos propostos da análise morfológica utilizando um exemplo hipotético de comparação de vetores (ondas) compostos de vinte elementos e uma amplitude máxima de 11 pontos (de 0 a 10).



**Figura VI** - Representação visual dos vetores utilizados no exemplo de processamento da análise morfológica. Seus valores encontram-se na tabela IV.

**Tabela IV.** Valores dos vetores utilizados no exemplo de processamento da análise morfológica. Suas representações gráficas podem ser vistas da Figura VI.

<b>Vetores (ondas)</b>	<b>Valores</b>																	
Onda Analisada	1	8	1	8	1	8	1	8	1	8	1	8	1	8	1	8	1	8
Onda Aprendida 1	2	8	2	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	6	2	6
Onda Aprendida 2	1	3	7	1	3	7	1	3	7	1	3	7	1	3	7	1	3	7

A *Onda Analisada* é a onda que será submetida ao reconhecimento da RNAP. A *Onda Aprendida 1* e a *Onda Aprendida 2* são duas ondas que foram previamente armazenadas no banco de dados de controle.

Realizando as comparações entre as ondas usando os sistemas especialistas, respectivamente, temos: Sistema Especialista 1 (Tabela V), Sistema Especialista 2 (tabelas 6 e 7) e o Sistema Especialista 3 (tabelas 8 e 9).

**Tabela V.** Sistema Especialista 1 - Verificação de Números de Picos.

Ondas	Onda analisada	Onda Aprendida 1	Onda Aprendida 2
Picos	9	9	6
Diferença entre o número de picos, normalizados pelo número total de picos:		0	0,2
	Sistema Especialista 1 ( $Se_1$ ):	1	0,8

**Tabela VI.** Sistema Especialista 2 - Verificação de Pontos Similares. Comparação entre a Onda Analisada e a Onda Aprendida 1.

Onda Analisada	Onda Aprendida 1	Números de pontos iguais	Onda Analisada	Onda Aprendida 1	Números de pontos iguais
1	2	0	1	2	0
8	8	1	8	6	0
1	2	0	1	2	0
8	6	0	8	6	0
1	2	0	1	2	0
8	6	0	8	6	0
1	2	0	1	2	0
8	6	0	8	6	0
1	2	0	1	2	0
8	6	0	8	6	0
Somatória da diferença normalizada: 1					
Sistema Especialista 2 ( $Se_2$ ) – Normalizado pelo total de elementos: 0,05					

**Tabela VII.** Sistema Especialista 2 - Verificação de Pontos Similares. Comparação entre a Onda Analisada e a Onda Aprendida 2.

Onda Analisada	Onda Aprendida 2	Números de pontos iguais	Onda Analisada	Onda Aprendida 2	Números de pontos iguais
1	2	0	1	2	0
8	8	1	8	6	0
1	2	0	1	2	0
8	6	0	8	6	0

1	2	0	1	2	0
8	6	0	8	6	0
1	2	0	1	2	0
8	6	0	8	6	0
1	2	0	1	2	0
8	6	0	8	6	0
Somatória da diferença normalizada: 1					
Sistema Especialista 2 ( $Se_2$ ) – Normalizado pelo total de elementos: 0,05					

**Tabela VIII.** Sistema Especialista 3 - Verificação de pontos diferentes. Comparação entre a Onda Analisada e a Onda Aprendida 1.

Onda Analisada	Onda Aprendida 1	Diferença (em módulo)	Diferença normalizada pela amplitude máxima
1	2	1	0,1
8	8	0	0
1	2	1	0,1
8	6	2	0,2
1	2	1	0,1
8	6	2	0,2
1	2	1	0,1
8	6	2	0,2
1	2	1	0,1
8	6	2	0,2
1	2	1	0,1
8	6	2	0,2
1	2	1	0,1
8	6	2	0,2
1	2	1	0,1
8	6	2	0,2
1	2	1	0,1
8	6	2	0,2
Somatória das diferenças normalizadas: 2,8			
Sistema Especialista 3 ( $Se_3$ ) – Normalizado pelo total de elementos: 0,14			
Complementado: 0,86			

**Tabela IX.** Sistema Especialista 3 - Verificação de pontos diferentes. Comparação entre a Onda Analisada e a Onda Apreendida 2.

Onda Analisada	Onda Apreendida 2	Diferença (em módulo)	Diferença normalizada pela amplitude máxima
1	1	0	0
8	3	5	0,5
1	7	6	0,6
8	1	7	0,7
1	3	2	0,2
8	7	1	0,1
1	1	0	0
8	3	5	0,5
1	7	6	0,6
8	1	7	0,7
1	3	2	0,2
8	7	1	0,1
1	1	0	0
8	3	5	0,5
1	7	6	0,6
8	1	7	0,7
1	3	2	0,2
8	7	1	0,1
1	1	0	0
8	3	5	0,5
1	7	6	0,6
8	1	7	0,7
1	3	2	0,2
8	7	1	0,1
1	1	0	0
8	3	5	0,5
Somatória das diferenças normalizadas: 6,8			
Sistema Especialista 3 ( $Se_3$ ) – Normalizado pelo total de elementos: 0,34			
Complementado: 0,66			

A seguir (Tabela X) são apresentados os valores de cada sistema especialista que serão as entradas da RNAP (Figura V). Após o processamento da RNAP, serão obtidos os valores de saída (Tabela XI).

**Tabela X.** Valores dos Sistemas Especialistas.

<b>Caso</b>	<b>Sistema Especialista 1 (<math>Se_1</math>)</b>	<b>Sistema Especialista 2 (<math>Se_2</math>)</b>	<b>Sistema Especialista 3 (<math>Se_3</math>)</b>
Onda Analisada × Onda Apreendida 1	1,00	0,05	0,86
Onda Analisada × Onda Apreendida 2	0,80	0,05	0,66

**Tabela XI.** Evidência Contrária e Evidência Favorável resultante da RNAP.

<b>Caso</b>	<b>Evidência Favorável</b>	<b>Evidência Contrária</b>
Onda Analisada × Onda Apreendida 1	0,69	0,48
Onda Analisada × Onda Apreendida 2	0,58	0,38

De acordo coma Tabela XI, podemos ver que a Onda Apreendida 1 possui o melhor conjunto de evidências, ou seja, a Onda Apreendida 1 é a mais similar a Onda Analisada.

### **3. Resultados**

Neste estudo, sete diferentes exames de EEG foram analisados, sendo dois pertencentes a adultos sem distúrbios de aprendizagem ou outras doenças demenciais, e cinco exames pertencentes a crianças com diagnóstico de distúrbios de aprendizagem (exames e diagnósticos fornecidos pela ENSCER).

Cada análise foi dividida em três ensaios, cada ensaio consistiu de 10 segundos de análise, livres artefatos em relação à análise visual do traçado, dos canais de T3 e T4.

Na primeira bateria de testes foi utilizado um filtro de reconhecimento de ondas de banda Delta. Na segunda bateria de testes foi utilizado um filtro de reconhecimento de ondas

Teta. Na terceira bateria de testes não foram utilizados filtros, ou seja, o sistema ficou livre para realizar o reconhecimento necessário (Tabelas XII até XVIII).

**Tabela XII.** Tabela de contingencia.

		Análise Visual					Total
		Delta	Teta	Alfa	Beta	N/R	
Análise RNAP	Delta	31	3	0	0	0	34
	Teta	15	88	1	1	0	105
	Alfa	0	5	22	0	0	27
	Beta	0	0	1	3	0	4
	N/R	7	2	1	0	0	10
	Total	53	98	25	4	0	180

Index Kappa = 0.80; N/R = Não reconhecido;

**Tabela XIII.** Resultado estatístico – Sensibilidade e especificidade: Ondas Delta.

		Análise visual		
		Delta	Não Delta	Total
Análise RNAP	Verdadeiro	31	124	155
	Falso	22	3	25
	Total	53	127	180

Sensibilidade = 58%; Especificidade = 97%

**Tabela XIV.** Resultado estatístico – Sensibilidade e especificidade: Ondas Teta.

		Análise visual		
		Teta	Não Teta	Total
Análise RNAP	Verdadeiro	88	65	153
	Falso	10	17	27
	Total	98	82	180

Sensibilidade = 89%; Especificidade = 79%

**Tabela XV.** Resultado estatístico – Sensibilidade e especificidade: Ondas Alfa.

		Análise visual		
		Alfa	Não Alfa	Total
Análise RNAP	Verdadeiro	22	150	172
	Falso	3	5	8
	Total	25	155	180

Sensibilidade = 88%; Especificidade = 96%

**Tabela XVI.** Resultado estatístico – Sensibilidade e especificidade: Ondas Beta.

		Análise Visual		
		Beta	Não Beta	Total
Análise RNAP	Verdadeiro	3	175	178
	Falso	1	1	2
	Total	4	176	180

Sensibilidade = 75%; Especificidade = 99%

**Tabela XVII.** Resultado estatístico – Sensibilidade e especificidade: Ondas não reconhecidas.

		Análise Visual		
		Não reconhecida	Reconhecida	Total
Análise RNAP	Verdadeiro	0	170	170
	Falso	0	10	10
	Total	0	180	180

Sensibilidade = 100%; Especificidade = 94%

**Tabela XVIII.** Resultado dos testes.

T	V	RNAP	T	V	RNAP	T	V	RNAP	T	V	RNAP
1	D	D	46	T	T	91	A	-	136	D	D
2	T	T	47	D	D	92	T	T	137	D	D
3	D	D	48	A	A	93	T	T	138	D	-
4	D	T	49	T	T	94	T	T	139	T	T
5	T	T	50	T	T	95	T	T	140	T	T
6	T	T	51	T	T	96	A	A	141	D	D
7	D	D	52	T	T	97	T	T	142	T	T
8	A	A	53	T	T	98	T	T	143	T	T
9	T	T	54	T	T	99	T	T	144	D	-
10	T	T	55	T	T	100	T	T	145	T	T
11	T	T	56	T	D	101	T	T	146	D	D
12	T	T	57	T	T	102	T	A	147	D	D
13	T	T	58	A	A	103	T	T	148	T	T
14	T	T	59	A	B	104	D	T	149	A	A
15	T	T	60	D	T	105	T	T	150	A	A
16	T	T	61	T	A	106	A	A	151	D	D
17	T	T	62	T	D	107	T	T	152	D	T
18	A	A	63	B	T	108	T	T	153	D	D
19	B	B	64	T	A	109	T	T	154	T	T
20	D	T	65	D	D	110	D	-	155	D	-
21	D	D	66	T	A	111	A	A	156	D	-
22	T	T	67	T	-	112	T	A	157	A	A
23	D	D	68	T	T	113	T	T	158	A	A
24	D	T	69	D	D	114	T	T	159	D	D
25	T	T	70	T	T	115	T	T	160	T	T
26	T	T	71	D	-	116	D	D	161	D	D
27	D	D	72	D	T	117	D	T	162	D	D

28	A	A	73	T	T	118	A	A	163	D	T
29	T	T	74	T	T	119	T	T	164	D	D
30	T	T	75	T	T	120	D	D	165	T	T
31	T	T	76	A	A	121	A	A	166	D	T
32	T	T	77	T	T	122	T	T	167	D	D
33	T	T	78	D	T	123	T	T	168	T	T
34	T	T	79	T	T	124	T	T	169	T	T
35	T	T	80	T	T	125	T	T	170	T	T
36	D	T	81	A	A	126	D	D	171	D	D
37	D	T	82	T	D	127	T	T	172	D	-
38	A	A	83	B	B	128	T	T	173	T	T
39	B	B	84	A	A	129	A	A	174	A	A
40	T	T	85	D	D	130	T	T	175	A	T
41	D	D	86	A	A	131	T	T	176	T	T
42	D	D	87	T	-	132	T	T	177	A	A
43	D	D	88	T	T	133	D	T	178	T	T
44	D	T	89	D	D	134	T	T	179	T	T
45	T	T	90	T	T	135	D	D	180	A	A

**T:** Número do teste; **Visual:** Resultado da análise visual do traçado; **RNAP:** Resultado a análise da Rede Neural Artificial Paraconsistente (-: não reconhecido; **D:** Delta; **T:** Teta; **A:** Alfa; **B:** Beta).

#### 4. Conclusão

Algumas melhorias ainda devem ser pesquisadas e implementadas para melhor eficácia do método, mas como é possível perceber pelos resultados apresentados, o método proposto de análise morfológica de ondas é uma promissora aplicação das teorias da Lógica Paraconsistente e Redes Neurais Artificiais Paraconsistentes que podem ser estendidas a outras aplicações que necessitam de análise de perfis e comparações de vetores.

#### 5. Referências Bibliográficas

Abe, J.M., Foundations of Annotated Logics, PhD thesis (in Portuguese) University of São Paulo, Brazil, 1992.

Abe, J.M., Some Aspects of Paraconsistent Systems and Applications, *Logique et Analyse*, 157(1997), 83-96.

Abe, J.M., H.F.S. Lopes, & R. Anghinah, Paraconsistent Artificial Neural Network and Alzheimer Disease: A Preliminary Study, *Dementia & Neuropsychologia*, Vol 3., 241-247, 2007.

Anghinah, R., Estudo da densidade espectral e da coerência do eletroencefalograma em indivíduos adultos normais e com doença de Alzheimer provável, PhD thesis (in Portuguese), Faculdade de Medicina da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

Ansari, D. & A. Karmiloff-Smith, Atypical trajectories of number development: a neuroconstructivist perspective. *Trends In Cognitive Sciences*, 12:511-516, 2002.

Blonds, T.A., Attention-Deficit Disorders and Hyperactivity. In *Developmental Disabilities in Infancy and Ramus, F., Developmental dyslexia: specific phonological deficit or general sensorimotor dysfunction? Current Opinion in Neurobiology*, 13:1-7, 2003.

Da Silva Filho, J.I., Métodos de interpretação da Lógica Paraconsistente Anotada com anotação com dois valores LPA2v com construção de Algoritmo e implementação de Circuitos Eletrônicos, EPUSP, PhD thesis (in Portuguese) São Paulo, 1999.

Da Silva Filho, J.I., J.M. Abe & G.L. Torres, *Inteligência Artificial com as Redes de Análises Paraconsistentes*, (in Portuguese) LTC-Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., São Paulo, 313 pág., 2008.

Gallarburda, A.M., G.F. Sherman, G.G. Rosen, F. Aboitiz & N. Genschiwind, Developmental dyslexia: four consecutive patients with cortical anomalies. *Ann. Neurology*, 18:2122-2333, 1985.

Hynd, G.W., R. Hooper & T. Takahashi, Dyslexia and Language-Based disabilities. In *Text Book of Pediatric Neuropsychiatry*, Coffey and Brumbak (eds), American Psychiatric Press, 691-718, 1985.

Lindsay, R.L., Dyscalculia. In *Developmental Disabilities in Infancy and Childhood*, Capute and Accardo (eds.); Paul Brookes Publishing Co, Baltimore, 405-415, 1996.

Lopes, H.F.S., Aplicação de redes neurais artificiais paraconsistentes como método de auxílio no diagnóstico da doença de Alzheimer, MSc Dissertation (in Portuguese), Faculdade de Medicina-USP, São Paulo, 473pp., 2009.

Klimeshc, W., EEG alpha and theta oscillations reflect cognitive and memory performance: a review and analysis. *Brain Res. Ver.*, 29:169-195, 1999.

Klimesch, W., H. Doppelmayr, J. Wimmer, D. Schwaiger, D. Rôhm, W. Bruber & F. Hutzler, Theta band power changes in normal and dyslexic children. *Clinical Neurophysiology* 113:1174-1185, 2001.

Kocigit Y, Alkan A, Erol H. Classification of EEG Recordings by Using Fast Independent Component Analysis and Artificial Neural Network. *Journal of Medical Systems*. Springer Netherlands, 2008: 32;1;17-20.

Niedermeyer, Ernst; da Silva, Fernando Lopes. *Electroencephalography*, 5th Edition. Lippincott Williams & Wilkins. 2005.

Rocha, A.F. & E. Massad, How the human brain is endowed for mathematical reasoning. *Mathematics Today*, 39: 81-84, 2003.

Rocha, A.F. E. Massad, & A. Pereira Jr., *The Brain: From Fuzzy Arithmetic to Quantum Computing*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 14349922, 2005.

Temple, E., Brain mechanisms in normal and dyslexic readers. *Current Opinion in Neurobiology*, 12:178-183, 2002.

Voeller, K.K.S., Attention-Deficit / Hyperactivity: Neurobiological and clinical aspects of attention and disorders of attention. In *Text Book of Pediatric Neuropsychiatry*, Coffey and Brumbak (eds), American Psychiatric Press, 691-718, 1998.

Montenegro M.A., Cendes F., Guerreiro N.M., Guerreiro C.A.M., *EEG na prática clínica*, São Paulo, Brasil: Lemos Editorial; 2001.

**Helder Frederico da Silva Lopes** - Graduado em Tecnologia em Gestão de Sistemas de Informação pela Universidade Nove de Julho e Mestrado em Ciências pela Faculdade de Medicina da USP - Neurologia. Especialista em Ciência da Computação, com ênfase em desenvolvimento de software. Atualmente trabalha em desenvolvimento de soluções em software e realiza pesquisas ligadas à Lógica Paraconsistente e Redes Neurais Artificiais.

**Jair Minoro Abe** – Bacharel e Mestre em Matemática, Doutor em Filosofia e Livre-Docente em Medicina, todos pela Universidade de São Paulo. Foi Professor Visitante ou Palestrista ocasional em instituições da América do Sul, Europa, México, Japão e Taiwan. Coordena um grupo de estudiosos em aplicações das lógicas paraconsistentes anotadas e coordena a Área de Lógica e Teoria da Ciência do Instituto de Estudos Avançados da USP.

## **Verificação Construtiva, Indução Empírica e Dedução Falibilista:**

### **Um Triplo Contraste**

Julio Michael Stern<sup>2</sup>

#### **Resumo**

Este artigo compara e contrasta três arcabouços epistemológicos comumente utilizados em ciências empíricas, juntamente com três teorias estatísticas de teste de hipótese que naturalmente os acompanham, a saber: (a) O falsificacionismo Popperiano e os p-valores da estatística frequentista; (b) A teoria da decisão e chances de aposta Bayesianas; (c) O construtivismo cognitivo e os e-valores Bayesianos. Este artigo também discute a visão do filósofo Imre Lakatos de matemática como ciência quasi-empírica.

**Palavras-chave:** Construtivismo cognitivo; Estatística Bayesiana; Falsificacionismo Popperiano; Imre Lakatos; Neo-empiricismo; Paradoxo da probabilidade zero.

---

<sup>2</sup> Depto. de Matemática Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo. Rua do Matão 1010, Cidade Universitária; 05508-090, São Paulo, Brazil. [jmstern@hotmail.com](mailto:jmstern@hotmail.com)

**Abstract**

This article compares and contrasts three epistemological frameworks commonly used in empirical science, together with three statistical theories of hypothesis testing that naturally accompany them, namely: (a) Popperian falsificationism and the p-values of frequentist statistics; (b) Decision theory and Bayesian betting odds; (c) Cognitive constructivism and Bayesian e-values. This article also discusses the philosopher's Imre Lakatos view of mathematics as a quasi-empirical science.

**Keywords:** Bayesian statistics; Cognitive constructivism; Neo-empiricism; Imre Lakatos; Popperian Falsificationism; Zero probability paradox.

*Problemas de jogos de aposta... parecem  
abarcam a totalidade da estatística teórica.*

Dubins e Savage 1965; How to Gamble If You Must.

*Quem quiser resolver o problema da indução que se  
acautele para não tentar provar coisas em demasia.*

Karl Popper 1974; Replies to my Critics.

*Com uma solução positiva para o problema da indução,  
ainda que rasa, teorias metodológicas de demarcação podem  
ser elevadas de convenção arbitrária a metafísica racional.*

Imre Lakatos 1974; A Plea to Popper for a Whiff of Inductivism.

*Omega: Não gosto desta mudança de verdade para racionalidade.*

*Racionalidade de quem? Sinto uma infiltração convencionalista.*

Imre Lakatos 1976; Proofs and Refutations.

## **1. Introdução**

As quatro citações abrindo este artigo demarcam seu escopo e área de interesse geral. Elas se relacionam com o problema de verificação de teorias no contexto de ciências empíricas. A citação de Savage enuncia o credo neo-empiricista baseado na metáfora do jogador, de acordo com a qual, as crenças racionais sobre teorias científicas bem como os processos de aprendizado associados seguem as regras lógicas da indução, a mesmíssima lógica das

tradicionais apostas de cassino. A citação de Popper alude às bem conhecidas dificuldades em aplicar o conceito de indução, especialmente no caso de hipóteses precisas ou exatas. Algumas destas dificuldades são relacionadas ao Paradoxo da Probabilidade Zero, ou PPZ. Não obstante, a citação de Lakatos sobre indução refere-se a seu anseio por alguma forma de elevação (*aufhebung*) de metodologia científica a metafísica racional, isto é, ele procura uma forma de verificar teorias na boa prática científica que justifique ou explique porque seria razoável aceitar estas teorias (ainda que provisoriamente) como sentenças que carregam um conteúdo verdadeiro. Este é o coração do clássico problema da verificação empírica de hipóteses científicas. Finalmente, a citação de Lakatos sobre verdade e racionalidade, refere-se à sua visão de matemática como ciência quasi-empírica.

É difícil escolher uma palavra entre verificação, confirmação, corroboração, e semelhantes, pois todas elas estão altamente sobre-carregadas com significados muito específicos. Escolhemos verificação por sua ligação etimológica direta à veracidade do conteúdo de uma sentença. Analisaremos o problema de verificação e outras questões relacionadas da perspectiva do Con-Cog - o arcabouço epistemológico do Construtivismo Cognitivo - equipado com a aparelhagem estatística do FBST - o Teste de Significância Bayesiano Completo. O FBST, por seu turno, define uma função de suporte estatístico para hipóteses precisas, a saber, o *e*-valor - *valor epistêmico* de uma hipótese em função dos dados observacionais, ou *valor da evidência* nos dados observacionais em suporte à hipótese.

A solução oferecida pelo FBST ao problema de verificação é em verdade muito rasa, no sentido de que a função de suporte proposta, o *e*-valor, embora baseada na medida de *probabilidade* Bayesiana a posteriori, fornece apenas uma medida de *possibilidade* para a hipótese em julgamento. Veremos como esta aparente fraqueza é de fato a chave para sobrepujar as barreiras de impossibilidade nos resultados clássicos aludidos por Popper. No

entanto, a simultânea caracterização por parte do Con-Cog dos objetos suportados (hipóteses precisas ou exatas) como auto-soluções, implica num conjunto de propriedades essenciais tão fortes e ricas que a solução Con-Cog torna-se também muito positiva.

Ademais, o aparato formal do FBST naturalmente implica uma lógica, isto é, um cálculo de crenças abstrato para a composição das funções de suporte e um mecanismo de propagação de valores verdade em redes credais. Neste contexto, podemos sustentar a causa do arcabouço Con-Cog como uma solução para (uma forma específica) do problema de verificação que é capaz de atender (ao menos uma parte substancial) do desejo de Lakatos.

Nas seções subseqüentes, tentaremos explicar e clarificar vários aspectos relacionados à abordagem Con-Cog para verificação de hipóteses, contrastando distintas visões do assunto. A seção 2 fornece uma breve revisão do arcabouço Con-Cog, incluindo sua metáfora central de objetos como tokens para auto-soluções. A seção 2 também contrasta o Con-Cog com as metáforas centrais do empiricismo neo-clássico e do falsificacionismo Popperiano, a saber, as metáforas do jogo de apostas e do tribunal científico. A seção 3 apresenta o Paradoxo da Probabilidade Zero, contrastando duas medidas padrão utilizadas para a verificação de teorias, a saber, os clássicos p-valores da estatística freqüentista e as chances de aposta da estatística Bayesiana embasada na teoria da decisão. Esta discussão é ilustrada por dois famosos exemplos de aplicação devidos a Charles Saunders Peirce. A seção 4 fornece nossas conclusões acerca da natureza da verificação construtiva em ciência empírica. A seção 5 apresenta a versão do Con-Cog da tese de Imre Lakatos sobre matemática como uma ciência quasi-empírica. A seção 6 apresenta comentários finais e caminhos para pesquisa futura.

No limitado espaço deste artigo, não podemos nos dar ao luxo de explicar nenhuma das teorias estatísticas anteriormente mencionadas, nem de fornecer uma revisão mais detalhada dos arcabouços epistemológicos acima referidos. O texto [2] acompanha naturalmente o presente artigo, apresentando a teoria formal do FBST. Recomendamos também as seguintes fontes: Para uma perspectiva mais ampla sobre o FBST, vide [23, 31, 38, 39]. Para a abordagem Bayesiana ortodoxa, vide [5, 8, 9]. Para os clássicos  $p$ -valores, vide [29].

## **2. Revisão sobre o Construtivismo Cognitivo**

O arcabouço Con-Cog assenta-se sobre duas metáforas básicas: A metáfora *Objetos como auto-soluções*, devida a Heinz von Forster e a metáfora *Autopoiese e cognição*, devida a Humberto Maturana e Francisco Varela. Estas são as metáforas chave para a ontologia e a metafísica no Con-Cog. Esta seção apresenta de forma brevíssima estas duas metáforas; [10, 25] são as referências fundamentais.

O conceito de sistema autopoietico é uma abstração que almeja modelar as propriedades essenciais de um organismo vivo. Sistemas autopoieticos são sistemas dinâmicos (dissipativos) em não-equilíbrio exibindo estruturas (meta) estáveis, cuja organização permanece invariante (por longos períodos) no tempo, não obstante a freqüente substituição de seus componentes. Ademais, estes componentes são produzidos pelas mesmas estruturas que eles regeneram.

Para poder dar respostas apropriadas às complexidades do ambiente, sistemas autopoieticos podem ser organizados hierarquicamente como sistemas autopoieticos de ordem superior. Um exemplo típico é uma colméia, um sistema autopoietico de terceira

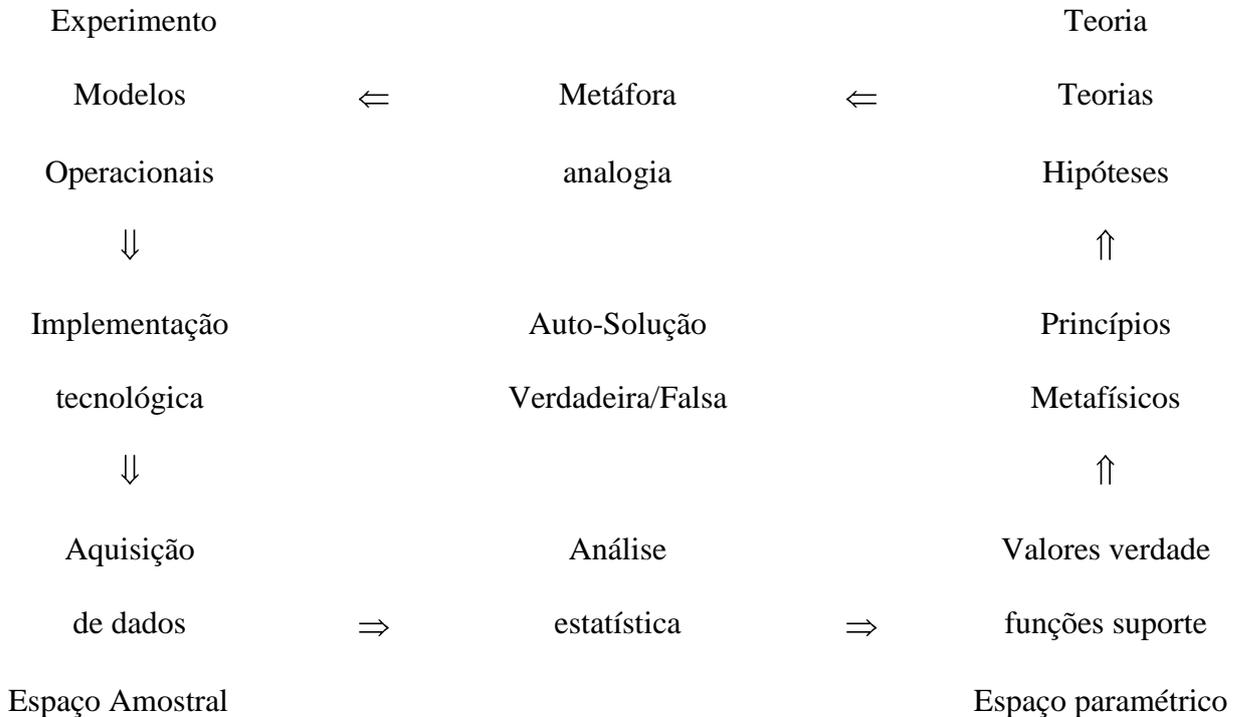
ordem, formado pelo acoplamento de abelhas individuais, os sistemas de segunda ordem, que por sua vez são formadas pelo acoplamento de células individuais, os sistemas de primeira ordem.

Os processos regenerativos na rede de produção de um sistema autopoietico sempre requerem a aquisição de recursos como novas matérias, energia e neg-entropia (ordem) do meio ambiente no qual o sistema se encontra. A aquisição eficiente dos recursos necessários demanda (inter)ações seletivas que, por sua vez, precisam ser baseadas em processos de inferência apropriados (predições). Assim, estes processos de inferência caracterizam o domínio de interações deste agente como um domínio cognitivo.

Não obstante o fato da metáfora de autopoiese ter sido desenvolvida para explicar as características essenciais de um organismo vivo, o conceito de sistema autopoietico tem sido aplicado à análise de muitos outros sistemas autônomos, sejam eles concretos ou abstratos, como por exemplo sistemas sociais e organizações corporativas, vide [22, 49]. Em particular, sistemas de pesquisa científica podem ser visto sob esta luz, vide [17, 22].

A Figura I apresenta uma estrutura idealizada e dinâmica de produção de conhecimento. O diagrama representa, no lado experimental (coluna da esquerda), as operações de campo ou laboratório de uma ciência empírica, onde experimentos são desenhados e construídos, efeitos observáveis são gerados e/ou medidos, e os bancos de dados experimentais são montados. No lado da teoria (coluna da direita), o diagrama representa o trabalho teórico de análise estatística, interpretação e (assim se espera) entendimento de acordo com os padrões aceitos. Se necessário, novas hipóteses (incluindo até teorias inteiras) são formuladas, motivando o desenho de novos experimentos. Teoria e experimentação constituem um ciclo de dupla retro-alimentação, tornando claro que o desenho de novos experimentos é guiado pela teoria existente e sua interpretação que, por seu lado, é

constantemente checada, adaptada e modificada para dar conta das observações experimentais. O sistema como um todo constitui uma unidade autopoietica.



**Figura I** - Diagrama de produção Científica

### **Objetos como Tokens para Auto-Soluções**

A característica circular (cíclica ou recursiva) dos processos autopoieticos regenerativos e suas auto-soluções (invariantes, pontos fixos, ou estados de equilíbrio, homeostáticos, recorrentes ou recursivos), em sistemas autopoieticos concretos ou abstratos, são investigados por von Foerster em [10, 37]. A natureza recursiva de sistemas autopoieticos produz estados recorrentes ou soluções estáveis. Sob condições apropriadas, uma destas soluções, se apresentada ao sistema, irá regenerar a si mesma como um ponto fixo ou estado de equilíbrio. Estas soluções são chamadas auto-valores, auto-vetores, auto-funções ou, em geral, auto-soluções. O conceito de auto-solução é a chave para distinguir objetos

específicos no domínio cognitivo de um sistema autopoietico. Objetos são “*tokens para auto-soluções*”. (Uma bola de futebol é algo que interage com um ser humano exatamente da forma que se espera que uma bola de futebol o faça.) Auto-soluções podem ainda ser marcadas ou rotuladas por palavras (bola-da-FIFA), e estas palavras podem ser articuladas em uma linguagem.

Obviamente, as regras de articulação definidas por uma linguagem, sintáticas, gramaticais ou semânticas, só farão esta linguagem útil se elas de alguma forma corresponderem à regras de composição válidas para os objetos que estas mesmas palavras designam.

Ademais, von Foerster estabelece quatro atributos essenciais para auto-soluções: Auto-soluções são ontologicamente discretas, estáveis, separáveis e componíveis. Em vários exemplos bem conhecidos das ciências exatas, estes quatro atributos essenciais levam ao conceito de base, base de um espaço vetorial finito, como em álgebra linear, base de um espaço de Hilbert, como em análise de Fourier ou análise de ondaletas (wavelets), ou bases mais abstratas, como em uma estrutura de matróide. Não obstante, o conceito de auto-solução e seus quatro atributos essenciais é tão importante no arcabouço do Con-Cog, que ele é utilizado como uma metáfora muito mais geral, não necessariamente em contextos formais. Em particular, o adjetivo *objetivo* refere-se ao grau em que é possível verificar a existência da auto-solução correspondente a um objeto, e a qualidade com que este objeto manifesta os quatro atributos essenciais de von Foerster. Para uma interpretação detalhada destes quatro atributos essenciais no arcabouço Con-Cog, bem como alguns exemplos, vide [40-43].

É importante perceber que o termo ‘discreto’, como utilizado por Von Foerster para qualificar auto-soluções em geral, deve ser substituído, dependendo do contexto específico, por termos como de-dimensão-inferior, preciso, exato, singular, etc. Até no caso familiar

de álgebra linear, se definirmos os auto-vetores correspondendo a um auto-valor singular,  $c$ , de uma transformação linear,  $T(\ )$ , apenas pela propriedade essencial de invariância direcional,  $T(x)=cx$ , obteremos sub-variedades uni-dimensionais que, neste caso, são sub-espacos ou linhas retas passando pela origem. Apenas se acrescentarmos a condição usual (embora não essencial) de normalização,  $\|x\|=1$ , é que obtemos auto-vetores discretos. Esta propriedade essencial de auto-soluções, precisão ou exatidão, é a chave que abre a possibilidade de representarmos na linguagem objetos clara ou nitidamente definidos. Na p.128 de [37], von Foerster declara:

*“Dentre o infinito contínuo de possibilidades, operações recursivas esculpem um conjunto preciso de soluções discretas. Auto-comportamentos geram entidades discretas e identificáveis. Produzir entes discretos a partir de uma variedade contínua tem conseqüências incrivelmente importantes. Isto nos permite começar a nomear as coisas. Linguagem é a possibilidade de esculpir dentre um número infinito de experiências possíveis aquelas experiências que permitem interações estáveis de si consigo mesmo.”*

O arcabouço Con-Cog assume que um objeto sempre é observado por um observador, assim como um organismo vivo ou um sistema autopoietico abstrato interagindo com o ambiente. Portanto, este arcabouço afirma que manifestações de auto-soluções e correspondentes propriedades dos objetos são respectivamente guiadas e especificadas por ambos - sistema e ambiente. De forma mais concisa, Con-Cog sustenta as seguintes posições:

*Idealismo:* A crença de que o conhecimento que um sistema tem de um objeto é sempre dependente das relações autopoieticas deste sistema.

*Realismo*: A crença de que o conhecimento que um sistema tem sobre um objeto é sempre dependente das restrições do ambiente.

Conseqüentemente, a perspectiva Con-Cog requer um delicado equilíbrio, chamado *Idealismo objetivo ou realista*.

## **2.1 As Metáforas do Cassino e do Tribunal Científico**

A metáfora do cassino ou do jogador, acompanhada do colorido jargão de chances de aposta, está no coração do empiricismo neo-clássico. Na p.152,V.2 de [20], Lakatos afirma:

*“O empiricismo neo-clássico tem um dogma central: o dogma da identidade entre (1) probabilidades, (2) grau de suporte evidencial (ou confirmação), (3) grau de crença racional, e (4) coeficientes de aposta racionais. Esta ‘cadeia neoclássica de identidades’ não é implausível. Para um verdadeiro empiricista, a única fonte de crença racional é suporte evidencial, portanto, ele iguala grau de crença racional com grau de suporte evidencial. Mas é plausível que crença racional seja medida por coeficientes racionais de aposta. Afinal, foi para determinar coeficientes racionais de aposta que o cálculo de probabilidades foi inventado.”*

Em um jogo onde há conhecimento apriori sobre os competidores, incluindo diferenças percebidas na força, habilidade ou outras vantagens justas ou injustas, um sistema de pontuação com handicap ou compensações pode ser desenvolvido para equilibrar as chances de vitória de todos os competidores. Um jogo de apostas, com todas as suas manhas e peculiaridades, é a metáfora guia da teoria da decisão e da estatística Bayesiana

ortodoxa. Vários aspectos e conseqüências do uso desta metáfora são analisados em [5, 8, 9, 40-43].

Um tribunal moderno segue o princípio do *in dubio pro reo*, dando ao réu o benefício da dúvida, isto é, o réu é considerado inocente até que seja provada sua culpa. O benefício da dúvida é conseqüência do princípio do *onus probandi* ou ônus da prova, que afirma - *semper necessitas probandi incumbit ei qui agit*, que pode ser traduzido como - o ônus da prova sempre recai sobre o agente da acusação. De um lado, o benefício da dúvida torna mais difícil condenar um réu. Por outro lado, o veredito de um julgamento nunca pode ser “inocente”, apenas culpado ou não culpado.

Na metáfora do tribunal, uma lei científica é (provisoriamente) aceita pelo tribunal como verdadeira, até que esta seja refutada ou provada errônea por evidência pertinente. Evidência pertinente que pode ser utilizada na corte científica para refutar uma teoria tem a forma de observações empíricas que discordam das conseqüências ou previsões feitas pela teoria em julgamento. Ademais, um julgamento justo no tribunal científico pode assegurar a validade das deduções que levaram a uma prova de falsidade, mas não pode dar uma certificação ou garantia referente à validade ou boa qualidade da teoria.

Ciências empíricas, especialmente nas assim chamadas ciências exatas, como física, química ou engenharia, lidam com entidades quantitativas. Ademais, a prática padrão destas ciências também requer que a veracidade de hipóteses científicas seja avaliado de forma quantitativa, isto é, que hipóteses seja submetidas a um julgamento quantitativo concernente a sua acuracidade e precisão. Ainda mais, o arcabouço Con-Cog nos permite modelar o desenvolvimento da ciência no contexto de sistemas dinâmicos e processos evolutivos, vide [16] e o Cap.5 de [43]. Entretanto, medidas de ordem e progresso neste tipo de contexto também requerem métricas para avaliar a objetividade de um conceito, o

valor epistêmico de uma hipótese, o ajuste ou adaptação de uma teoria, e assim por diante. Dada a importância das métricas utilizadas para avaliar afirmações científicas, e os muitos papéis que elas desempenham na prática da ciência, deveríamos escolher estas métricas com extrema atenção, cuidado e cautela, desenhando apropriadamente sua estrutura e regulando sua força e equilíbrio. As métricas padrão usadas em ciência empírica são baseadas em estatística matemática. Não obstante alguns cálculos credais terem sido capazes de ocupar com sucesso alguns nichos locais e encontrar aplicações especiais, a moderna análise estatística de dados não tem rival a altura em sua elegância, robustez, flexibilidade, poder computacional, e generalidade de seu escopo de aplicações. Entretanto, existem alguns problemas não resolvidos há muito pendentes relacionados ao uso de métricas estatísticas no contexto de verificação de hipóteses. Este é o assunto da próxima seção.

### **3. O Paradoxo da Probabilidade Zero**

Para apreciar integralmente o arcabouço Con-Cog+FBST, e fazer mais contrastes com outras abordagens, utilizaremos dois exemplos famosos dados no século XIX pelo filósofo Charles Saunders Peirce. Estes exemplos concernem a abdução e indução de hipóteses, estudando possíveis procedimentos para adivinhar, justificar, e testar assertivas em modelos estatísticos.

O conceito Peirceano de indução, como utilizado nestes dois exemplos, seria hoje denominado *estimação de parâmetros*. Enquanto isto, o conceito Peirceano de abdução seria hoje em dia denominado *seleção de modelos*. No contexto destes dois exemplos, indução e abdução teriam ainda relação com o conceito contemporâneo de *teste de hipótese*. A bem da simplicidade, ao invés de utilizar a terminologia original empregada por Peirce, apresentamos estes dois exemplos traduzindo-os para uma linguagem estatística

contemporânea. Temos a esperança de ‘tradurre senza tradire’, isto é, traduzir sem trair o sentido original ou perder sua intuição. Também revisaremos alguns tratamentos modernos para estes dois problemas prototípicos. Como veremos, muitos aspectos dos tratamentos modernos, bem como muitas de suas inerentes dificuldades, foram antevistas, de uma forma ou outra, no trabalho de Peirce. O Paradoxo da Probabilidade Zero (PPZ) está no coração das aludidas dificuldades, e será estudado em algum detalhe.

### **3.1 Dois Exemplos de Ch.S.Peirce**

O primeiro dos exemplos de Peirce concerne a indução de frequências de letras e a abdução de códigos de cifras, vide CP.5.273. O exemplo das cifras, descrito em linguagem estatística contemporânea, é o seguinte:

- Dados os livros (em Inglês) **Erro!**, compilamos os vetores **Erro!** com as frequências com que cada letra do alfabeto ocorre no texto. Notamos que estes vetores concordam (aproximadamente) com as frequências médias no vetor  $\lambda^a$ .
- Dado um novo livro (em Inglês) ,  $B_{k+1}$ , podemos afirmar, por Indução, que seu vetor de frequências,  $\lambda^{k+1}$  (ainda não compilado) também será (aproximadamente) igual a  $\lambda^a$ .
- Dado um livro em código,  $C$ , cujo texto foi encriptado usando uma cifra de substituição simples, compilamos o seu vetor de frequência de letras,  $\lambda^c$ . Notamos que há um e apenas um vetor de permutações,  $\pi$ , que pode ser usado para (de forma aproximada) casar os vetores  $\lambda^a$  e  $\lambda^c$ , isto é, existe uma única bijeção  $\pi=[\pi(1),\pi(2),\dots,\pi(m)]$ , onde  $m$  é o número de letras no alfabeto Inglês, tal que  $\lambda^a(j)\approx\lambda^c(\pi(j))$ , para  $1\leq j\leq m$ . Neste caso, podemos enunciar, por Abdução, a hipótese de que o vetor  $\pi$  é a chave correta para a cifra.

Uma formulação padrão para a parte de indução deste exemplo inclui a estimação de parâmetros (incluindo a estimação da distribuição a posteriori, da verossimilhança ou ao menos de intervalos de confiança estimadores pontuais dos parâmetros) em um modelo Dirichlet-Multinomial  $n$ -dimensional, onde  $m$  é o número de letras no alfabeto Inglês, vide [32]. O espaço paramétrico deste modelo é o  $(m-1)$ -simplex, **Erro!**. Este modelo é muito semelhante ao modelo Dirichlet-Multinomial trinomial utilizado para o exemplo Hardy-Weinberg em [2]. Uma possível formulação da parte de abdução envolve expandir o espaço paramétrico do modelo básico para  $\Theta = \Lambda \times \Pi$ , onde  $\Pi$  é o espaço discreto das  $m$ -permutações que codifica a chave da cifra.

A hipótese (abdutiva) de Peirce sobre a cifra enuncia o ‘correto’ ou ‘verdadeiro’ vetor de permutações,  $\pi^0$ . Esta hipótese tem uma peculiaridade interessante: O espaço paramétrico,  $\Theta = \Lambda \times \Pi$ , tem um sub-espaço contínuo,  $\Lambda$ , e um sub-espaço discreto (na verdade, finito),  $\Pi$ . Entretanto, a hipótese apenas envolve (diretamente) a parte discreta. Esta peculiaridade torna a hipótese muito simples, e passível do tratamento dado por Peirce. Todavia, super-simplificação pode ser algo perigoso, como será visto a seguir no segundo exemplo de Peirce, dado em in CP.2.707, concernente a abdução de hipóteses com parâmetros contínuos.

*“[Kepler] delineou as várias conseqüências da suposição de que Marte se move sobre uma elipse, com o Sol em um dos focos, e mostrou que tanto as longitudes como as latitudes resultantes desta teoria estavam de acordo com as observações. ...O termo Hipótese [significa] uma proposição em que se crê porque suas conseqüências concordam com a experiência.”*

Ao invés de formular a hipótese de Kepler em um modelo estatístico contemporâneo, faremos uso outro modelo contínuo que já está à mão, a saber, o modelo de Hardy-Weinberg formulado em [2]. Para uma hipótese precisa  $H$  enunciada em um espaço paramétrico contínuo, Peirce percebe que não podemos falar sobre a probabilidade de  $H$  dadas as observações ou, mais exatamente, que  $\Pr(H|X)=0$ , ou seja, a probabilidade de um enunciado desta forma é sempre zero. Isto é parte de uma síndrome complexa - Paradoxo da Probabilidade Zero. Como conseqüência, usando uma expressão do filósofo Imre Lakatos, Peirce propõe *deslocar o problema* (shift the problem). Ao invés de perguntar sobre a veracidade da hipótese, considerando os dados já obtidos, Peirce propõe indagar sobre a possibilidade de obter dados mais ou menos compatíveis com a hipótese, assumindo que esta seja verdadeira.

A idéia de Peirce para testar a hipótese da cifra é um precursor dos procedimentos modernos da estatística Bayesiana baseada em teoria da decisão, que computam valores de suporte como *probabilidade a posteriori* ou *chances de aposta*. A idéia de Peirce para testar a hipótese de Kepler e outras hipóteses contínuas é um precursor de procedimentos estatísticos que computam valores de suporte como os *p-valores* da estatística clássica (curiosamente, temos agora também versões Bayesianas disto). Na próxima seção tentaremos fazer uma revisão intuitiva e não técnica destas duas soluções prototípicas, contrastando-as com o FBST. Para mais detalhes, vide [43].

### **3.2 Soluções Frequentista e Bayesiana para Análise Estatística dos Exemplos de Peirce**

A abordagem de Peirce para o primeiro exemplo leva, na teoria estatística Bayesiana ortodoxa (baseada em teoria da decisão), a uma probabilidade a posteriori da hipótese calculada em função do banco de dados observacional. Esta abordagem funciona bem para o problema da cifra. De fato, quando o número de observações cresce, as probabilidades a posteriori convergem automaticamente, concentrando suporte pleno (probabilidade 1) na hipótese verdadeira. Portanto, neste problema simples, podemos de fato confundir os problemas de indução e abdução. No contexto de um conjunto finito de hipóteses alternativas, pode-se falar equivalentemente sobre a probabilidade a posteriori da hipótese  $H_i$ , a saber  $p_i = \Pr(H_i|X)$ , ou sobre as chances de aposta da hipóteses  $H_i$ , a saber,  $b_i = p_i/(1-p_i)$ .

A solução da probabilidade a posteriori pode ser adaptada para problemas com espaço paramétrico contínuo, contanto que consideremos apenas partições do espaço paramétrico em um número finito de conjuntos de medida não-nula, correspondendo a hipóteses grossas, imprecisas ou inexatas. No entanto, esta abordagem desmorona tão logo sejam consideradas hipóteses precisas. A razão deste colapso é a armadilha da probabilidade-zero: Uma hipótese precisa tem probabilidade (ou medida natural de Lebesgue) zero e, portanto, probabilidade apriori zero. Ademais, a natureza multiplicativa da operação de escala probabilística, vide Borges e Stern (2007, Tabela 1), nunca atualizará uma probabilidade zero para uma probabilidade diferente de zero, vide [2, 4]. Esta é a origem do paradoxo PPZ. Se agora considerarmos o arcabouço Con-Cog, poderemos compreender a síndrome PPZ em sua plenitude:

(1) A metáfora ‘objeto como auto-solução’ implica na precisão das correspondentes hipóteses estatísticas. (2) Hipóteses precisas tem probabilidade apriori zero (na medida natural de Lebesgue). (3) Probabilidade apriori zero implica em um suporte perpetuamente nulo. Desta maneira podemos entender a seguinte conclusão enunciada por Lakatos na p.154,V.2 de [20]:

*“Mas então, graus de suporte evidencial não podem ser o mesmo que graus de probabilidade [de uma teoria] no sentido do cálculo de probabilidade. Tudo isto seria trivial se não fosse o antigo e respeitado dogma que chamo de a ‘cadeia neo-clássica’ identificando, entre outras coisas, coeficientes racionais de aposta com graus de suporte evidencial. Este dogma confundiu gerações de matemáticos e de filósofos.”*

Existem dois modos óbvios de escapar desta encrenca: (A) Arrumar a matemática para evitar o PPZ, ou (B) Proibir o uso de hipóteses precisas.

(A) Arrumar a matemática no contexto Bayesiano ortodoxo (e da teoria da decisão padrão) para evitar o PPZ é algo que é mais facilmente dito do que feito. A moderna estatística Bayesiana arranjou diversas manobras técnicas tentando circundar o PPZ. Algumas das mais bem conhecidas dentre estas técnicas são os testes de Jeffrey e outras chances de aposta com sistemas de handicap ou ajuste de pontuação permitindo a competição de hipóteses precisas. Estas técnicas fornecem procedimentos ad-hoc para uso prático, mas são atormentadas por inconsistências internas, como o paradoxo de Lindey, ou pela necessidade de justificar pré-supostos auxiliares ad-hoc (como a escolha de chances de aposta iniciais, ou as características do desenho de densidades apriori artificiais - um oxímoro óbvio, etc.). Este precário estado da arte é plenamente reconhecido e admitido na estatística Bayesiana ortodoxa baseada na teoria da decisão, vide Sec.10.3 de [50]. De fato, a resposta ortodoxa é que esta confusão não é culpa da ciência estatística, mas sim culpa do

paradigma de formulação de hipóteses precisas tão em voga nas ciências exatas. Esta atitude leva a justificativas para a segunda solução.

(B) Proibir o uso de hipóteses precisas pode ser muito tentador do ponto de vista da ortodoxia Bayesiana, todavia, é inexecuível na prática estatística: Cientistas e outros usuários da ciência estatística simplesmente insistem no uso de hipóteses precisas, como se fossem magneticamente atraídos pelas mesmas, e demandam métodos estatísticos apropriados. Da perspectiva Con-Cog, estes cientistas estão cobertos de razão, e fazendo justamente a coisa certa. Como uma solução de compromisso, alguns livros-texto influentes oferecem métodos como testes de Jeffrey, tomando todavia o cuidado de postar um assustador *caveat emptor*, deixando claro que o usuário está entrando em território perigoso por sua própria conta e risco. D.Williams, na p.234 de [48], faz um pronunciamento típico:

*“Significância de hipóteses precisas: um apelo a sanidade: ...Me é assombroso portanto que alguns Bayesianos agora atribuam uma probabilidade a priori não-nula para que uma hipótese precisa seja exatamente verdadeira apenas para obter resultados que parecem suportar hipóteses nulas que os frequentistas mui definitivamente rejeitariam. (É o óbvio ululante que este tipo de resultado é uma consequência inevitável).”*

Este ponto é tão importante quanto é sutil. Para entendê-lo corretamente, permitam-nos primeiramente lembrar o paradigma ortodoxo, como este é concisamente enunciado por Dubins e Savage na p.229,230, Sec.12.8, de [5]. Na segunda citação, de Savage na p.254,Sec.16.3 de [35], encontramos que hipóteses precisas, mesmo se importantes, fazem pouco sentido neste paradigma, uma proposição que é aceita em toda a estatística Bayesiana ortodoxa baseada na teoria da decisão.

*“Problemas de jogos de aposta, em que distribuições de várias quantidades são proeminentes na descrição da fortuna do jogador, parecem abarcar a totalidade da teoria estatística de acordo com esta visão, que pode ser denominada a visão Bayesiana baseada na teoria da decisão deste assunto.”*

*“Muita atenção é dada na literatura estatística à tarefa de testar ...hipóteses extremas (precisas), como eu as denomino.*

*A inaceitabilidade de hipóteses extremas (precisas) é perfeitamente bem conhecida; ela é intimamente relacionada à conhecida máxima de que ciência desprova, mas nunca prova hipóteses. O papel desempenhado por hipóteses extremas (precisas) em ciência e outras atividades estatísticas parece ser importante mas obscuro. Em particular, embora eu, como todo mundo que pratica estatística, tenha muitas vezes ‘testado’ hipóteses extremas (precisas), eu não posso dar uma análise satisfatória deste processo, nem dizer claramente como ele se relaciona aos testes de hipótese definidos neste capítulo e outras discussões teóricas.”*

A intuição de Peirce para testar hipóteses precisas no seu segundo exemplo leva aos p-valores da estatística clássica. O p-valor é definido como a probabilidade acumulada dos bancos de dados que são ‘mais extremos’ que o de fato observado, isto é, o p-valor integra (ou soma) a probabilidade de todos os possíveis bancos de dados (de mesmo tamanho, ou com mesma regra de parada) resultantes do experimento que tem uma probabilidade menor de ocorrer que a o banco de dados obtido.

O p-valor é uma solução prática que funciona razoavelmente bem para uma hipótese *singular* ou *pontual*, isto é, uma hipótese afirmando que o verdadeiro valor do parâmetro de um modelo tem um valor específico,  $\pi^1$ . O p-valor tem algumas propriedades

assintóticas desejáveis, por exemplo: O p-valor converge para zero se a hipótese é falsa,  $\pi^0 \neq \pi^1$ , e tem uma distribuição limite uniforme se a hipótese é verdadeira,  $\pi^0 = \pi^1$ . Estas propriedades são muito convenientes, pois elas podem ser usadas para obter aproximações numéricas relativamente fáceis de calcular. Hoje em dia é difícil apreciar a importância destas propriedades em um mundo onde computadores digitais não estavam disponíveis, e modelagem estatística tinha que ser feita utilizando ferramentas como régua de cálculo, tábuas numéricas e cartas gráficas, vide Picket (1965).

Lakatos, na p.31-32, V.2 de [20], faz comentários muito interessantes concernentes às correspondências conceituais e históricas entre o falsificacionismo Popperiano e a teoria estatística dos p-valores para teste de hipóteses desenvolvida por Neyman-Person-Wald. Por exemplo:

*“Como as dificuldades com a indução eram bem conhecidas há muito tempo, é admirável que independente e quase simultaneamente Neyman e Popper encontraram um estratagema revolucionário para substituir o raciocínio indutivo por um processo dedutivo de teste de hipótese. Eles então prosseguiram e desenvolveram esta idéia central que compartilhavam em direções diferentes, Popper desenvolvendo-a filosoficamente, enquanto Neyman (trabalhando conjuntamente com Pearson) mostrou como implementá-la na prática científica.”*

Por maior que seja sua utilidade prática, mesmo no caso de hipóteses pontuais, os p-valores podem ser criticados sob alguns aspectos técnicos. Por exemplo, a não conformidade com o princípio da máxima verossimilhança de boa inferência estatística, vide [26, 46]. O p-valor oferece ainda uma resposta traiçoeira, pois ele traduz uma pergunta relacionada ao espaço paramétrico em uma pergunta completamente diferente enunciada no espaço amostral. Isto leva a uma série de dificuldades de interpretação, vide por exemplo [34]. No

entanto, a solução dos p-valores realmente começa a desmoronar no caso de hipóteses compostas, isto é, sub-variedades próprias do espaço paramétrico. A hipótese de equilíbrio Hardy-Weinber, por exemplo, constitui uma sub-variedade 1-dimensional no espaço paramétrico 2-dimensional. A maior razão deste desmoronamento é que a anteriormente mencionada ‘definição’ de p-valor não é, a bem da verdade, de modo algum uma definição. No caso de hipóteses compostas, não há uma ordem pré-estabelecida no espaço amostral e, portanto, nenhuma noção natural de ‘mais extremo’. Uma forma padrão de ajeitar a definição de p-valor é testar a hipótese auxiliar simples  $\pi^0 = \pi^*$ , onde  $\pi^*$  é o estimador de máxima verossimilhança (ou o estimador MAP - máxima densidade a posteriori) sob a hipótese original, dadas as observações efetuadas. Todavia, a hipótese auxiliar de máxima verossimilhança é post-hoc e, portanto, é questionável até que ponto ela representa adequadamente a hipótese original.

Outras alternativas consideram uma redução apriori ou projeção da hipótese composta sobre uma hipótese simples através de um procedimento de eliminação de parâmetros julgados incômodos ou espúrios (nuisance parameters). Basu fornece uma excelente revisão contendo mais de 10 diferentes técnicas para este propósito em [1]. Todavia, estes procedimentos são soluções caso-a-caso, e podem tornar-se tecnicamente complicados, não sendo sequer sempre disponíveis. As probabilidades a posteriori da estatística Bayesiana baseados na teoria da decisão e os p-valores da estatística clássica, bem como uma multidão de variações destes paradigmas, tem uma coisa em comum: As manobras utilizadas para circundar as dificuldades técnicas inerentes criam soluções caso-a-caso. Portanto, soluções dadas a problemas distintos não podem ser diretamente comparadas nem imediatamente combinadas. Portanto, nestes paradigmas, é impossível definir regras

lógicas gerais ou cálculos abstratos de crença para a composição e propagação das funções de suporte, como as regras definidas para o FBST em [2].

A solução FBST para teste de hipóteses precisas pode ser vista como um ‘dual’ do p-valor - no sentido de que o e-valor acumula a massa de probabilidade dos pontos mais extremos no espaço paramétrico, à semelhança do que o p-valor faz no espaço amostral. Surpreendentemente, o uso do e-valor e idéias correlatas foi apenas proposto muito tardiamente na história da ciência estatística, em [30].

O FBST faz uma clara distinção entre o espaço das hipóteses e o espaço paramétrico, adotando medidas distintas em cada um deles, a saber, a medida a posteriori natural da estatística Bayesiana no espaço paramétrico, e a medida possibilística do e-valor no espaço das hipóteses. Tem havido várias propostas para utilizar medidas alternativas, que no entanto não fizeram uma distinção tão clara entre os espaços paramétrico e das hipóteses, mantendo em ambos a mesma medida, como tem sido usual na teoria estatística. Excelentes revisões destas teorias e muitas outras tentativas de resolver os enigmas do PPZ e outros paradoxos correlatos, são discutidas em [6, 13, 15, 24, 44].

#### **4. Conclusões Acerca da Verificação Construtiva**

Nas últimas seções vimos como o arcabouço Con-Cog foi capaz de domar o PPZ - o Paradoxo da Probabilidade Zero. Este processo envolveu três passos conceituais básicos:

1- Adotar o esquema geral Bayesiano de modelagem estatística, incluindo a medida de probabilidade a posteriori no espaço paramétrico;

2- Fazer uma clara distinção entre o espaço paramétrico e o espaço das hipóteses;

3- Definir a medida possibilística do e-valor para o espaço das hipóteses.

Algumas das propriedades mais importantes do e-valor são:

4- O uso da medida possibilística do e-valor é totalmente compatível e coerente com o uso da medida de probabilidade a posteriori na espaço paramétrico,  $p_n = p(\theta|X)$ . De fato, o FBST é construído sobre a medida a posteriori, pois o e-valor é definido como uma integral na medida  $p_n(\theta)d\theta$ .

5- A definição do e-valor (e funções verdade) engendra uma lógica, isto é, regras de composicionalidade para o cálculo e a propagação de e-valores (para sentenças complexas a partir de seus constituintes elementares ).

6- A lógica possibilística dos e-valores tem a lógica clássica como limite, no caso de valores de suporte Booleanos (0 ou 1, falso ou verdadeiro), vide [2].

Estas propriedades permitem aos e-valores realizar dois feitos maravilhosos:

7- Solucionar o paradoxo da probabilidade zero para hipóteses precisas, e

8- Funcionar como uma ponte, harmonizando probabilidade (a lógica subjacente à inferência estatística e o paradigma de cálculo credal da ciência empírica) e lógica clássica (a regra prototípica de inferência dedutiva em matemática).

O passo 7 representa uma absolvição. Hipóteses precisas são liberadas da síndrome do suporte nulo, e admitidas como cidadãs de primeira classe no espaço das hipóteses. No entanto, o passo 7 não garante que jamais haverá uma hipótese precisa com bom suporte empírico. De fato, considerando o paradoxo da probabilidade zero original, achar uma hipótese assim tão especial deveria ser realmente surpreendente, o equivalente científico de

um milagre! Como então deveríamos chamar o fato de mostrar ser possível, algo que é quase certamente (na medida de probabilidade) infactível? No entanto, sabemos que milagres existem sim. (Os descrentes são fortemente encorajados a fazer algumas disciplinas de física experimental, incluindo um bom bocado de trabalho de laboratório.)

No arcabouço Con-Cog, a certificação de hipóteses precisas por e-valores perto da unidade é uma forma forte de verificação, semelhante a uma confirmação empírica ou autenticação pragmática. Em contraste, a corroboração Popperiana é apenas falha em refutar. No entanto, o e-valor não fornece a máquina indutiva para bombeamento de verdades sonhada pela escola empiricista. Há muito mais coisas a se entender sobre ciência como um processo evolutivo que uma passiva espera pelo crescimento vegetativo de teorias verdadeiras a partir de dados bem colhidos, vide [14] e o Cap.4 de [43]. (Na verdade, uma tal máquina poderia tornar-se um grande pesadelo, drenando toda a alma e consciência da atividade de pesquisa e extinguindo o espírito criativo da vida científica.) Assim, sustentamos que o arcabouço Con-Cog segue o caminho certo, encontrando um bem ajustado equilíbrio entre os extremos opostos do excesso, almejado pelo empiricismo, e da escassidade, oferecido pelo falsificacionismo. Assim fazendo, os e-valores do FBST fornecem exatamente a medida certa para verificação de hipóteses, respondendo ao apelo de Imre Lakatos por um ‘sopro de indutivismo’.

Desta perspectiva, o arcabouço Con-Cog não apenas redime hipóteses exatas ou precisas da danação estatística, mas as coloca em um lugar de honra na atividade científica, elevando hipóteses precisas a papéis de estrela em qualquer ciência exata. Desta forma, acreditamos que o passo 7 abre caminho para que o arcabouço Con-Cog ofereça importantes insights sobre a natureza das ciências empíricas, insights que podem penetrar

muito mais fundo que as alternativas oferecidas pelos arcabouços epistemológicos tradicionais.

## **5. Verdade na Linguagem Matemática**

Matemática é a linguagem comum usada para a expressão e manipulação de entidade simbólicas associadas às quantidades de interesse pertinentes ao escopo de cada particular ciência empírica. Portanto, estamos particularmente interessados na natureza da linguagem matemática. Nesta seção argumentaremos que, no arcabouço Con-Cog, matemática pode ser vista como uma ciência quasi-empírica, uma idéia desenvolvida pelo filósofo Imre Lakatos. A chave de nossa argumentação está no passo 8 da seção 4. O passo 8 constitui uma ponte da física para a matemática, da ciência empírica para quasi-empírica. Desta perspectiva, matemática é vista como um mundo idealizado de teorias absolutamente verificadas populadas por hipóteses com suporte pleno (ou nulo).

### **5.1 Verdade por Correspondência vs. por Construção**

Para apreciar plenamente as conseqüências da perspectiva Con-Cog de objetos e sua representação em linguagem, começaremos por contrastá-la com abordagens mais tradicionais, baseadas em cortes dicotômicos e subseqüentes correspondências. Estas abordagens começam por estabelecer uma distinção que corta o mundo em dois, e então escolhem ou decidem se objetos devem ser corretamente colocados do lado de cá ou do lado de lá: São objetos conceitos internos em dado sistema ou são eles entidades externas que estão no ambiente? Pertencem eles ao mundo ‘de cima’, subjetivo, da mente, do

espírito, do pensamento intuitivo, etc., ou pertencem eles ao mundo ‘de baixo’, objetivo, do corpo, da matéria, da realidade, etc.?

Um corte primordial rachando o mundo em duas metades sugere também duas maneiras naturais de escalar a montanha epistemológica: Ou as idéias corretas no mundo de cima são aquelas que correspondem à realidade ‘objetiva’ lá embaixo, ou as coisas corretas no mundo de baixo são aquelas que correspondem às ‘boas’ idéias lá em cima, etc. O princípio de existência de uma correspondência verdadeira e estática é um pré-requisito necessário, mas há diversas maneiras de estabelecer a conexão, ou de aprendê-la (ou de lembrá-la). O empiricista observa diligentemente o mundo, esperando que sua recompensa seja paga em conhecimento científico corrente que possa, por sua vez, ser utilizado para pagar por ferramentas convenientes a serem utilizadas em empreitadas tecnológicas. O idealista dogmático trabalha duro com sua doutrina nos campos da metafísica, de modo a assegurar um bom lugar lá no topo, esperando assim usufruir de uma viagem tranqüila deslizando morro abaixo o caminho epistemológico. A abordagem da correspondência didática é simples e robusta. Ela pode ser facilmente adaptada a muitas situações e propósitos diferentes. Ela também tem qualidades didáticas atraentes, sendo fácil de entender e ensinar. A abordagem da correspondência didática exige pouco investimento inicial e tem baixo custo de manutenção, contanto que se entenda que o pressuposto de uma correspondência pré-determinada torna todo o sistema essencialmente estático. Sua maior fraqueza reside em sua rigidez. Não é fácil considerar novas hipóteses ou conceitos originais, e mais difícil ainda manejar a refutação ou o descrédito de hipóteses ou conceitos previamente aceitos. Uma nova ordem mundial sempre tem de ser, ao menos em princípio, construída a partir do chão.

No Construtivismo Cognitivo, linguagem pode ser vista como um terceiro pólo no arcabouço epistemológico, um terceiro elemento que faz o papel de buffer, moderando ou mitigando a interação de sistema e ambiente, a relação entre teoria e experimento, etc. Ademais, apenas dentro de uma linguagem é que podemos enunciar sentenças, que podem então ser julgadas por sua veracidade ou falsidade. Mais ainda, a linguagem nos fornece uma prateleira para colocarmos nossos objetos (ou nossas representações dos mesmos) um armário para guardarmos estes tokens simbólicos. Mesmo que a noção de correspondência dos objetos - quer a conceitos puramente internos de um dado sistema, quer a entidades estritamente externas no ambiente - seja inconsistente com o arcabouço Con-Cog, este arcabouço é perfeitamente compatível com ter objetos re-presentados como símbolos em uma ou várias linguagens. Esta visão é muito conveniente e pode ser muito útil, contanto que não passemos a ter atitudes extravagantes, atribuindo às linguagens poderes mágicos capazes de criar ex-nihilo o mundo em que vivemos. Embora esta atitude pareça uma tolice, este tipo de erro foi cometido por alguns filósofos do movimento construtivista radical, vide Stern (2005).

A abordagem Con-Cog requer, desde o início, uma construção mais sofisticada, mas o esforço adicional deve ser compensado pela vantagem desta ser mais resiliente. Uma de nossas metas é escapar dos dilemas inerentes às abordagens de correspondência pré-determinada, permitindo maior flexibilidade, fornecendo força estrutural e estabilidade dinâmica. Desta forma, encontrar auto-soluções melhores (mais precisas, estáveis, fáceis de compor ou válidas em casos mais gerais) ou melhores representações para objetos de uma dada realidade, não implica automaticamente que as formas antigas sejam obliteradas. Conceitos ou noções antigas podem ser substituídas por formas melhores sem que sejam categoricamente desacreditadas. Portanto, teorias têm mais espaço para continuamente crescer e se adaptar, enquanto conceito a um tempo abandonados podem ser facilmente

reciclados se seu reuso mostra-se conveniente em uma posterior oportunidade. Desta forma, o arcabouço epistemológico Con-Cog naturalmente acomoda conceitos dinâmicos, mudanças de hipóteses e a evolução de teorias, todas tão características da ciência moderna.

## **5.2. Ontologias Quasi-Empíricas**

Ontologias são linguagens controladas usadas para a prática da ciência. Elas são desenvolvidas como ferramentas para comunicação científica. Esta comunicação tem aspectos típicos internos e externos: Precisamos de linguagens para nos comunicar com os outros e com nós mesmos. Utilizamos linguagens como ferramentas para coordenação eficaz de ações e como ferramenta para estruturação eficiente do entendimento. Equipados com ontologias apropriadas, espera-se que os cientistas construam modelos capazes de fornecer previsões confiáveis e explicações intuitivas. Finalmente, ao menos no domínio das ciências exatas, requer-se destes modelos que tenham uma natureza formal e quantitativa. Portanto, a abordagem que estamos seguindo naturalmente enfatiza o papel especial desempenhado pelas linguagens formais ou matemáticas, nosso principal interesse nesta seção.

Matemática formal ou abstrata, incluindo vários dialetos populares menos formais, é a linguagem comum utilizada para a expressão e manipulação de entidades simbólicas associadas com as quantidades de interesse pertinentes ao escopo de cada particular ciência empírica. Portanto, estamos particularmente interessados na natureza da linguagem matemática. De fato, argumentamos que a matemática deve ser vista como uma ontologia para uma classe de conceitos relevantes a todas as ciências exatas, a saber, os conceitos relacionados às idéias intuitivas de contagem, simetria, número, infinito, medida, dimensão

e continuidade. Deste ponto de vista, a matemática pode ser vista como uma ciência quasi-empírica, em oposição a uma ciência Euclidiana, de acordo com a clássica distinção definida pelo filósofo Imre Lakatos na p.40,V.2 de [20].

*“Se um sistema dedutivo é Euclidiano ou quasi-empírico é decidido pelo padrão de fluxo de valores verdade no sistema.*

*O sistema é Euclidiano se o fluxo característico é a transmissão da verdade de forma ‘descendente’, a partir de um conjunto de axiomas para o resto do sistema - lógica é o instrumento de prova; O sistema é quasi-empírico se o fluxo característico é ‘ascendente’, rumo às ‘hipóteses’ - lógica é um instrumento de crítica. De forma ainda mais geral, podemos falar de teorias empíricas ou quasi-empíricas independentemente daquilo que flui nos canais lógicos: Verdades ou falsidades certas ou falíveis, probabilidade ou improbabilidade, desejabilidade ou indesejabilidade moral, etc. O decisivo é como o fluxo se faz.”*

Obviamente, no Con-Cog, é a verificação (ou não) de teorias medido por e-valores do FBST que flui de forma ascendente rumo às hipóteses, como discutido nas seções anteriores do artigo. Neste ponto, podemos ver como o arcabouço Con-Cog pode levar a uma renovada apreciação e entendimento do famoso par de sentenças gêmeas devidas a Albert Einstein, na p.28 de [7], e Imre Lakatos, na p.102 de [19]:

*“Enquanto as afirmações da matemática se referem a verdades reais, elas não são certas; e enquanto forem certas, elas não se referem a verdades reais”. “Kappa: Se quiseres que a matemática tenha significado, tens que renunciar à certeza. Se quiseres a certeza, livrate do significado. Não podes ter ambos.”*

### **5.3. Deduções Formais vs. Demonstrações Explicativas**

Das considerações feitas na última subseção, poderíamos esperar que os matemáticos se sentissem muito à vontade no laboratório de física. No entanto, sabemos que os matemáticos de hoje em dia não costumam se aventurar no laboratório de física para encontrar suas conjecturas ou provar seus teoremas. Todavia, hoje em dia, é cada vez mais freqüente a utilização de experimentos computacionais, como a geração aleatória ou determinística de instâncias ou cenários para checar se uma conjectura se sustenta, e tentar corrigí-la caso ela se mostre falha, antes de concentrar maiores esforços para fornecer uma demonstração formal.

Quanto ao trabalho profissional de laboratório, a ciência moderna parece preferir uma abordagem de linha de produção, favorecendo a divisão de trabalho e a especialização. Cientistas experimentais e engenheiros geram os dados experimentais, e podem ainda formular leis empíricas ou algoritmos heurísticos para manejar estas fórmulas. Mais tarde, cientistas teóricos refinam estas fórmulas e heurísticas, e explicam suas propriedades inserindo-as em um contexto mais amplo. Por exemplo, fórmulas empíricas simples ou sistemas teóricos completos podem ser justificados por derivação a partir de princípios metafísicos gerais, isto é, neste contexto, princípios metafísicos fornecem respostas racionais a questões que indagam ‘porque’ uma teoria de nível mais baixo é ou pode ser verdadeira, vide Stern (2008, cap.4).

Finalmente, matemáticos dão um polimento final à teoria e, caso necessário, fornecem novos embasamentos formais para impor padrões mais rigorosos. Esta divisão de trabalho entre comunidades distintas pode fazer um uso mais eficiente de recursos e habilidades escassas e, assim procedendo, ser benéfica ao desenvolvimento da ciência, acelerando fortemente o seu progresso. Todavia, o próprio processo de especialização pode dar a falsa

impressão de que todas estas áreas e atividades inter-relacionadas não são apenas diferenciadas, mas (quase) independentes. Esta atitude geral é por vezes refletida em uma mudança de estilo na maneira em que textos de matemática são escritos. Em um primeiro momento, demonstrações matemáticas são desenvolvidas como técnicas de visualização ou intuitivos *gedanken-experimente*. Procurando uma maior generalidade, os argumentos são apresentados de forma cada vez mais abstrata. Esta é a mudança de demonstrações explicativas ou geométricas para deduções formais, lógicas ou aritméticas.

### **5.3.1. Por que a Matemática Tornou-se uma Ciência Dedutiva?**

A visão de Lakatos da matemática como ciência quasi-empírica, embora não seja incomum, não é a opinião corrente mais difundida. Ao revés, desde os tempos da compilação dos Elementos de Geometria, a matemática é vista como uma ciência Euclidiana. Todavia, esta mudança de percepção sobre a natureza da matemática corresponde a um processo histórico longo e interessante. Àrpád Szabò, o professor de Imre Lakatos na Hungria, estudou muito a fundo a história desta transformação no início da matemática Grega, vide Szabó (1978).

De acordo com Szabó, este processo histórico pode ser traçado, entre outras coisas, pela transformação de algumas palavras técnicas e termos especializados usados em textos de matemática. Por exemplo, o significado original de  $\delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$ , era simplesmente o de mostrar ou pôr em evidência. Mais tarde, a mesma palavra tornou-se um termo técnico na matemática Grega, como na expressão -  $\sigma\epsilon\rho\ \epsilon\delta\epsilon\iota\ \delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$ , nosso familiar *quod erat demonstrandum*, vide p.188 em [45]. Este uso posterior corresponde a uma abstração ou aritmetização do ideal de demonstração matemática, que move-se para longe das metas de

visualização geométrica e explicação intuitiva. A este respeito, Sócrates, como citado na República de Platão na p.194,197 de [45], declara: “Os assuntos da aritmética jazem no domínio do puro pensamento.” Também a palavra axioma, ἀξίον - ser digno ou valoroso, originariamente denotava a proposição (ex)posta à discussão crítica ou dialética. vide p.49 em [19] e p.65-84 em [45]. Ironicamente, mais tarde, a mesma palavra é usada para indicar uma afirmação óbvia ou auto-evidente.

Os métodos historiográficos empregados por Szabó não são imunes à crítica. Todavia, após ler sua obra prima, [45], pode-se dizer - *Si non è vero, è ben trovato*. Seguindo os argumentos de Szabó, pode-se encontrar uma resposta possível à questão que ele indaga, a saber, - *Como foi que a matemática tornou-se uma ciência dedutiva?* Todavia, nesta seção estamos interessados em uma outra questão intimamente relacionada, não *como* mas *por quê*, - *Por que a matemática tornou-se uma ciência dedutiva?* Por que foi sequer possível esta transformação, de ciência de pés no chão para a etérea filosofia?

Mais uma vez, a natureza maravilhosa ou milagrosa de uma hipótese precisa bem suportada, como discutido na seção anterior, pode explicar a tendência das mudanças em percepção e alterações de significado estudados por Szabó. Afinal de contas, é apenas natural esperar que teoremas miraculosos sejam filhos do céu. Não me aventurarei a discutir se bons axiomas vem ou não do céu, ou se eles vem ‘diretamente do Livro’, como dizia o matemático Pál Erdős. Irei apenas celebrar a revelação deste mistério. Ele representa a última transmutação do PPZ, de má sina de dúvida e confusão, para bom augúrio de conhecimento universal.

## 6. Pesquisa Futura e Comentários Finais

A história da matemática fornece muitos temas de estudo interessantes que pretendemos explorar em artigos futuros. Por exemplo, algumas abordagens modernas à lógica e teoria dos conjuntos parecem ter seguido tendências que convergem com a perspectiva Con-Cog. Por exemplo, na p.27,V.2 de [20], Gödel afirma:

*“O papel das assim chamadas ‘fundações’ é comparável à função exercida na física teórica por hipóteses explicativas... a real função dos axiomas é a de explicar os fenômenos descritos pelos teoremas do sistema, ao invés de tentar fornecer uma genuína ‘fundação’ para os mesmos teoremas.”*

Eugen Wigner e Richard Hamming, [12, 47], ficam assombrados com a “desarrazoada eficácia da matemática nas ciências naturais”. Examinando este mistério da perspectiva Con-Cog, entendemos que não há nada mais natural que a eficácia da matemática nas ciências naturais, pois a matemática nada mais é que a ordem natural do mundo (incluindo nos mesmos) expressa em linguagem (tão bem como ora podemos fazê-lo). Obviamente, um mistério mais profundo permanece intocado, a saber, a existência de um cosmos ordenado, e não apenas caos. Na verdade, não apenas a existência de qualquer cosmos, mas a existência de um que seja ‘bom’, no qual podemos encontrar auto-soluções precisamente definidas, estáveis, separáveis e componíveis, de modo que possam ser utilizados como blocos ou módulos na construção do conhecimento. No entanto, considero que mesmo esta pequena mudança de perspectiva já é, em si mesma, uma bela façanha do arcabouço epistemológico do Construtivismo Cognitivo.

Agradecimentos: O autor é grato pelo suporte recebido do Departamento de Matemática Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, FAPESP -

Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, e CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (PQ-306318-2008-3). O autor também é grato pelo auxílio e pelas discussões com vários de seus colegas de trabalho, incluindo, Carlos Alberto de Bragança Pereira, Luis Esteves, Marcelo de Souza Lauretto, Rafael Bassi Stern, Sergio Wechsler and Wagner Borges. O autor é especialmente grato pelos comentários de Gábor Kutrovátz da Universidade Loránd Eötvös de Budapest referentes aos trabalhos tardios de Imre Lakatos.

## **7. Referências Bibliográficas**

- [1] Basu,D. Statistical Information and Likelihood. Edited by J.K.Ghosh. *Lect. Notes in Statistics, 1988, 45.*
- [2] Borges,W.; Stern,J.M. The Rules of Logic Composition for the Bayesian Epistemic e-Values. *Logic Journal of the IGPL, 2007, 15, 5-6, 401-420.*
- [3] DeGroot,M.H. *Optimal Statistical Decisions.* McGraw-Hill: NY, 1970.
- [4] Darwiche,A.Y. *A Symbolic Generalization of Probability Theory.* Ph.D. Thesis, Stanford Univ. 1993.
- [5] Dubins,L.E.; Savage,L.J. *How to Gamble If You Must. Inequalities for Stochastic Processes.* NY: McGraw-Hill. 1965.
- [6] Eells,E.; Fitelson,B. Measuring Confirmation and Evidence. *The Journal of Philosophy.* 2000, 97,12, 663-672.
- [7] Einstein,A. *Geometrie und Erfahrung.* Springer. 1921,

[www.alberteinstein.info/PDFs/CP7Doc52\\_pp382-388\\_403.pdf](http://www.alberteinstein.info/PDFs/CP7Doc52_pp382-388_403.pdf).

Transl.in Einstein,A. *Ideas and Opinions*. Wings Books. 1954.

[8] Finetti,B.de. *Probability, Induction and Statistics*. NY: Wiley. 1972.

[9] Finetti,B.de. *Theory of Probability*, V1 and V2. London: Wiley. 1974.

[10]Foerster, H.von. *Understanding Understanding: Essays on Cybernetics and Cognition*. Springer Verlag: NY, 2003.

[11] Gelman,A.; Carlin,J.B.; Stern,H.S.; RubinD.B. *Bayesian Data Analysis*, 2nd ed. Chapman and Hall / CRC: NY, 2003.

[12] Hamming,R.W. The Unreasonable Effectiveness of Mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 1980, 87, 2.

[13] Hawthorne,J. Confirmation Theory. To be published at P.S.Bandyopadhyay, M.R.Forster, vol.eds. D.M.Gabbay, P.Thagard, J.Woods, gen.eds. *Handbook of the Philosophy of Science. Volume 7: Philosophy of Statistics*. Elsevier BV. 2010.

[14] Hilts,V. *Aliis extendum*, or the Origins of the Statistical Society of London. *Isis*, 1978, 69,1,21-43.

[15] Huber,F. Confirmation and Induction *The Internet Encyclopedia of Philosophy*. 2010,

[www.iep.utm.edu/conf-ind/](http://www.iep.utm.edu/conf-ind/)

[16] Inhasz,R.; Stern,J.M. Emergent Semiotics in Genetic Programming and the Self-Adaptive Semantic Crossover. p.381-392 in L. Magnani W.Carnielli (eds.) *Model-Based Reasoning in Science & Technology*. SCI 314, Berlin: Springer. 2010.

- [17] Krohn,W.; Küppers,G. The Selforganization of Science - Outline of a Theoretical Model. p.208–222 in Krohn,W. Küppers,G.; Nowotny,H. *Selforganization. Portrait of a Scientific Revolution*. Dordrecht: Kluwer. 1990.
- [18] Kuipers,T.A.F. Inductive Probability and the Paradox of Ideal Confirmation. *Philosophica*, 1971, 17, 1, 197-205.
- [19] Lakatos,I.; Worall,J.; Zahar,E. (eds). *Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery*. Cambridge University Press. 1976.
- [20] Lakatos,I. *Philosophical Papers. V.1 - The Methodology of Scientific Research Programmes. V.2. - Mathematics, Science and Epistemology*. Cambridge: Cambridge University Press. 1978.
- [21] Lauretto, M.; Pereira,C.A.B.; Stern,J.M.; Zacks,S. Full Bayesian Significance Test Applied to Multivariate Normal Structure Models. *Brazilian Journal of Probability and Statistics*, 2003, 17, 147-168.
- [22] Luhmann,N. *Ecological Communication*. Chicago Univ. Press. 1989.
- [23] Madruga,M.R.; Esteves,L.G.; Wechsler,S. On the Bayesianity of Pereira-Stern Tests. *Test*, 2001, 10, 291–299.
- [24] Maher,P. Confirmation Theory. in D.M.Borchert ed. *The Encyclopedia of Philosophy* 2nd ed. Macmillan. 2005.
- [25] Maturana, H.R.; Varela,F.J. *Autopoiesis and Cognition. The Realization of the Living*. Dordrecht: Reidel. 1980.

- [26] Pawitan, Y. *In All Likelihood: Statistical Modelling and Inference Using Likelihood*. Oxford University Press. 2001.
- [27] Peirce, Ch.S. Questions Concerning Certain Faculties Claimed for Man. *J. of Speculative Philosophy*, 1868, 2, 103-114.
- [28] Peirce, Ch.S. A Theory of Probable Inference. *The Johns Hopkins Studies in Logic*, 1883, 126-181.
- [29] Pereira, C.A.B.; Wechsler, S. On the Concept of  $p$ -value. *Brazilian Journal of Probability and Statistics*, 1993, 7, 159–177.
- [30] Pereira, C.A.B.; Stern, J.M. Evidence and Credibility: Full Bayesian Significance Test for Precise Hypotheses. *Entropy Journal*, 1999, 1, 69-80.
- [31] Pereira, C.A.B.; Wechsler, S.; Stern, J.M. Can a Significance Test be Genuinely Bayesian? *Bayesian Analysis*, 2008 3, 1, 79-100.
- [32] Pereira, C.A.B.; Stern, J.M. (2008b). Special Characterizations of Standard Discrete Models. *REVSTAT Statistical Journal*, 2008, 6, 3, 199-230.
- [33] Pickett Inc. N525 Stat-Rule, A Multi-Purpose Sliderule for General and Statistical Use (Instruction manual). Santa Barbara, CA, USA. 1965.
- [34] Rouanet, H.; Bernard, J.M.; Bert, M.C.; Lecoutre, B.; Lecoutre, M.P.; Roux, B.Le. *New Ways in Statistical Methodology. From Significance Tests to Bayesian Inference*. Berne: Peter Lang. 1998.
- [35] Savage, L.J. *The Foundations of Statistics*. NY: Dover. 1972.
- [36] Schilpp, P.A. *The Philosophy of Karl Popper*. La Salle: Open Court. 1974.

- [37] Segal, L. *The Dream of Reality. Heintz von Foerster's Constructivism*. NY: Springer. 2001.
- [38] Stern, J.M. Significance Tests, Belief Calculi, and Burden of Proof in Legal and Scientific Discourse. Laptec-2003, *Frontiers in Artificial Intelligence and its Applications*, 2003, 101, 139–147.
- [39] Stern, J.M. Paraconsistent Sensitivity Analysis for Bayesian Significance Tests. SBIA'04, *Lecture Notes Artificial Intelligence*, 2004, 3171, 134–143.
- [40] Stern, J.M. Cognitive Constructivism, Eigen-Solutions, and Sharp Statistical Hypotheses. *Cybernetics and Human Knowing*, 2007, 14, 1, 9-36.
- [41] Stern, J.M. Language and the Self-Reference Paradox. *Cybernetics and Human Knowing*, 2007, 14, 4, 71-92.
- [42] Stern, J.M. Decoupling, Sparsity, Randomization, and Objective Bayesian Inference. *Cybernetics and Human Knowing*, 2008, 15, 2, 49-68.
- [43] Stern, J.M. *Cognitive Constructivism and the Epistemic Significance of Sharp Statistical Hypotheses*. Tutorial book for MaxEnt 2008, The 28th International Workshop on Bayesian Inference and Maximum Entropy Methods in Science and Engineering. Boracéia, São Paulo, Brazil. 2008.
- [44] Strevens, M. Notes on Bayesian Confirmation Theory. 2006. Retrieved at 11-11-2010 from [www.nyu.edu/gsas/dept/philo/user/strevens/Classes/Conf06/BCT.pdf](http://www.nyu.edu/gsas/dept/philo/user/strevens/Classes/Conf06/BCT.pdf)
- [45] Szabó, A. *The Beginnings of Greek Mathematics*. Budapest, Akadémiai Kiadó. 1978.

- [46] Wechsler,S.; Pereira,C.A.B.; Marques,P.C. Birnbaum's Theorem Redux. *AIP Conference Proceedings*, 2008, 1073, 96-100.
- [47] Wigner,E. The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1960.
- [48] Williams,D. *Weighing the Odds*. Cambridge Univ. Press. 2001.
- [49] M.Zelleny,M. *Autopoiesis, Dissipative Structures, and Spontaneous Social Orders*. Washington: AAAS - American Association for the Advancement of Science. 1980.
- [50] Zellner,A. *Introduction to Bayesian Inference in Econometrics*. Wiley: NY, 1971.

**Julio Michael Stern**, [www.ime.usp.br/~jstern](http://www.ime.usp.br/~jstern), é Bacharel e Mestre pelo Instituto de Física da Universidade de São Paulo, M.Eng. e Ph.D. pela School of Operations Research and Industrial Engineering of Cornell University (Ithaca, NY, USA), Livre Docente pelo Departamento de Ciência da Computação, Professor Titular do Departamento de Matemática Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, e Consultor e Pesquisador nível 1 do CNPq na área de Pesquisa Operacional. Suas áreas de interesse incluem: Algoritmos estocásticos e evolutivos; Estatística Bayesiana; Inferência lógica e epistemologia; Métodos esparsos e estruturados; Otimização numérica e Pesquisa operacional.

---

---

*Este livro foi confeccionado pelo Grupo de Lógica e Teoria da Ciência em comemoração aos Vinte e Cinco anos de existência do Instituto de Estudos Avançados da USP.*

*A Lógica experimentou avanços jamais vistos nos último e penúltimo séculos. Digno de menção é o aparecimento de novas categorias de lógicas. Uma delas, a lógica paraconsistente, vem chamando a atenção de estudiosos por tratar contradições em seu interior sem o perigo de trivialização. Um de seus descobridores é um lógico brasileiro: Newton C. A. da Costa.*

*Além da compreensão de seus fundamentos, paulatinamente diversas aplicações foram sendo obtidas nos mais diversos setores do conhecimento humano, da Filosofia a Inteligência Artificial e Automação, quebrando um paradigma do pensamento humano de mais de dois mil anos.*

*Grande parte das pesquisas das lógicas paraconsistentes contou com o apoio do Instituto de Estudos Avançados. Muitas frases podem refletir essa situação, como a de Shakespeare: “entre o céu e a terra existem muito mais coisas do que sonha sua vã filosofia”.*

---

---